

UNIVERSITE DE NANCY  
FACULTE DES SCIENCES

---

THESES

présentées à la Faculté des Sciences de Nancy  
pour obtenir  
le titre de

DOCTEUR-INGENIEUR

par

Michel AUBRUN

Licencié ès-Sciences

---

Première Thèse : "Etude analogique d'un trieur de particules  
magnétiques".

Deuxième Thèse : (proposition donnée par la Faculté) : "Laser à  
semiconducteurs".

soutenues le 25 Juin 1965 devant la Commission d'Examen.

---

Composition du Jury :

Messieurs J. BARRIOL , Président  
G. CHAMPIER, Examineur  
E. GUDEFIN, Examineur  
A. FRÜHLING, Rapporteur.

\* \*

\*



ETUDE ANALOGIQUE  
d'UN TRIEUR  
DE PARTICULES MAGNETIQUES

- ° - ° - ° - ° - ° - ° -



Digitized by the Internet Archive  
in 2026



[https://archive.org/details/IA41555810\\_0055](https://archive.org/details/IA41555810_0055)

Doyen : M. AUBRY

Assesseur : M. GAY

Doyens honoraires : MM. CORNUBERT - DELSARTE - URION - ROUBAULT.

Professeurs honoraires : MM. CROZE - RAYBAUD - LAFFITTE - LERAY - JULY - LAPORTE - EICHHORN - GODEMENT - DUBREIL - L. SCHWARTZ - DIEUDONNE - DE MALLEMANN - LONGCHAMBON - LETORT - DODE - GAUTHIER - GOUDET - OLMER - CORNUBERT - CHAPELLE - GUERIN - WAHL - ECHEVIN.

Maîtres de conférences honoraires : MM. LIENHART - PIERRET.

Professeurs

|           |                       |            |                                 |
|-----------|-----------------------|------------|---------------------------------|
| MM. URION | Chimie biologique     | *GAYET     | Physiologie                     |
| DELSARTE  | Analyse supérieure    | *MALAPRADE | Chimie                          |
| ROUBAULT  | Géologie              | HADNI      | Physique                        |
| CAPELLE   | Mécanique rationnelle | BONVALET   | Mécanique appliquée             |
| VEILLET   | Biologie animale      | *KERN      | Minéralogie                     |
| BARRIOL   | Chimie théorique      | *BASTICK   | Chimie                          |
| BIZETTE   | Physique              | DUCHAUFOR  | Pédologie                       |
| GUILLIEN  | Electronique          | NEEL       | Chimie organique indus.         |
| GIBERT    | Chimie physique       |            |                                 |
| LEGRAS    | Mécanique ration.     | GARNIER    | Agronomie                       |
| BOLFA     | Minéralogie           | *WEPPE     | Minéralogie appl.               |
| NICLAUSE  | Chimie                | BERNARD    | Géologie appl.                  |
| FAIVRE    | Physique appliquée    | *CHAMPIER  | Physique                        |
| AUBRY     | Chimie minérale       | *REGNIER   | Physico-chimie                  |
| DUVAL     | Chimie                | *GAY       | Chimie biologique               |
| COPPENS   | Radiogéologie         | *WERNER    | Botanique                       |
| FRÜHLING  | Physique              | *CONDE     | Zoologie                        |
| SUHNER    | Physique expérim.     | STEPHAN    | Zoologie                        |
| HILLY     | Géologie              | EYMARD     | Calcul différentiel et intégral |
| LE GOFF   | Génie chimique        |            |                                 |
| CHAPON    | Chimie biologique     | LEVISALLES | Chimie organique                |
| HEROLD    | Chimie miné. indus.   | MANGENOT   | Botanique                       |
| SCHWARTZ  | Exploitation minière  | Mme HERVE  | Méthodes math. de la physique   |

\* Professeur à titre personnel



Maîtres de conférences

|             |                                    |
|-------------|------------------------------------|
| MM.GOSSE    | Mécanique physique                 |
| ROCCI       | Géologie                           |
| VUILLAUME   | Psychophysiologie                  |
| Mme BASTICK | Chimie M. P. C. (Epinal)           |
| GUDEFIN     | Physique                           |
| HORN        | Physique propédeutique             |
| FRENTZ      | Biologie animale                   |
| AUROUZE     | Géologie                           |
| MARI        | Chimie (I. S. I. N.)               |
| LAFON       | Physique (I. S. I. N.)             |
| FELDEN      | Physique théorique et nucléaire    |
| FLECHON     | Physique M. P. C.                  |
| VIGNES      | Métallurgie                        |
| Mle HUET    | Mathématiques S. P. C. N.          |
| DEVIOT      | Physique du solide                 |
| BLAZY       | Minéralogie appliquée (ENSG)       |
| BALESDENT   | Thermodynamique chimique appliquée |
| JANOT1      | Physique M. P. C. (Epinal)         |
| N...        | Probabilités et statistiques       |
| N...        | Mécanique (I. S. I. N.)            |
| N...        | Physique M. G. P.                  |
| N...        | Mathématiques                      |
| N...        | Mécanique expérimentale            |
| N...        | Génie chimique                     |
| N...        | Mathématiques propédeutiques       |
| N...        | Phytopathologie                    |
| N...        | Mathématiques S. P. C. N.          |



## AVANT-PROPOS

Ce travail a été effectué dans le Laboratoire de Servomécanismes et d'Analogies de l'Ecole Nationale Supérieure d'Electricité et de Mécanique de Nancy.

Nous exprimons toute notre gratitude à Monsieur le Professeur A. FRÜHLING et à Monsieur le Professeur E. GUDEFIN qui nous ont proposé ce travail. Nous leur sommes infiniment reconnaissant pour l'aide efficace qu'ils ont bien voulu nous prodiguer tout au long de son exécution.

Nous adressons nos plus vifs remerciements à Monsieur le Professeur BARRIOL qui nous a fait l'honneur de présider notre Jury.

Qu'il nous soit permis de remercier Monsieur le Professeur CHAMPIER qui a bien voulu accepter de participer à notre Jury.

Nous remercions également Madame NOUVIAN pour sa gentillesse et sa compétence dévouée.

Que nos camarades de laboratoire soient remerciés pour l'ambiance sympathique qu'ils ont su créer.

Nous adressons enfin nos vifs remerciements à Messieurs YVROUD, LELONGE, VIGNERON et HARMAND pour l'aide précieuse qu'ils nous ont apportée.



# TABLE DES MATIERES

-----

|                                                                     | Pages |
|---------------------------------------------------------------------|-------|
| INTRODUCTION,                                                       | 4     |
| CHAPITRE I : Equation des trajectoires des particules               | 3     |
| 1) Particules paramagnétiques                                       | 3     |
| A - Expression générale de l'équation de la trajectoire             | 3     |
| B - Valeurs numériques                                              | 5     |
| 2) Particules ferromagnétiques                                      | 6     |
| CHAPITRE II : Principe de l'analogie                                | 9     |
| CHAPITRE III : Représentation et détermination du potentiel des     |       |
| vitesses d'entraînement                                             | 11    |
| 1) Correspondance entre les réseaux de courbes                      | 11    |
| 2) Correspondance numérique                                         | 12    |
| CHAPITRE IV : Représentation et détermination du potentiel d'action |       |
| magnétique                                                          | 15    |
| 1) Potentiel logarithmique                                          | 15    |
| 2) Application au potentiel d'action magnétique                     | 16    |
| A - Principe                                                        | 16    |
| B - Injection de courant                                            | 17    |
| 3) Générateurs de courant                                           | 19    |
| A - Montage                                                         | 19    |
| B - Impédance de sortie                                             | 19    |
| C - Vérification expérimentale                                      | 23    |
| 4) Correspondance numérique                                         | 23    |
| 5) Transformation exponentielle                                     | 27    |
| 6) Principe d'application aux particules ferromagnétiques           | 27    |
| CHAPITRE V : Tracé point par point des trajectoires                 | 28    |
| Cas des particules ferromagnétiques                                 |       |
| 1) Détermination numérique du potentiel d'action                    |       |
| magnétique                                                          | 28    |



|                                                                                  |    |
|----------------------------------------------------------------------------------|----|
| 2) Addition des potentiels des vitesses d'entraînement<br>et d'action magnétique | 33 |
| 3) Tracé des trajectoires                                                        | 35 |
| 4) Résultats                                                                     | 41 |

## CHAPITRE VI : Tracé des trajectoires par sommation directe

|                                            |    |
|--------------------------------------------|----|
| Cas des particules paramagnétiques         | 43 |
| 1) Principe de la méthode et du dispositif | 43 |
| 2) Générateur de fonction exponentielle    | 46 |
| A - Principe                               | 46 |
| B - Caractéristiques et emploi             | 47 |
| C - Réalisation du traceur                 | 47 |
| 4) Résultats                               | 50 |

|             |    |
|-------------|----|
| CONCLUSION. | 57 |
|-------------|----|

|                |  |
|----------------|--|
| BIBLIOGRAPHIE. |  |
|----------------|--|

—°—•—°—°—°—°—°—



## INTRODUCTION.

Dans le but de séparer les particules paramagnétiques ou ferromagnétiques de poussières non magnétiques, nous proposons d'étudier un dispositif dans lequel un fluide entraîne les particules soumises à un champ d'induction.

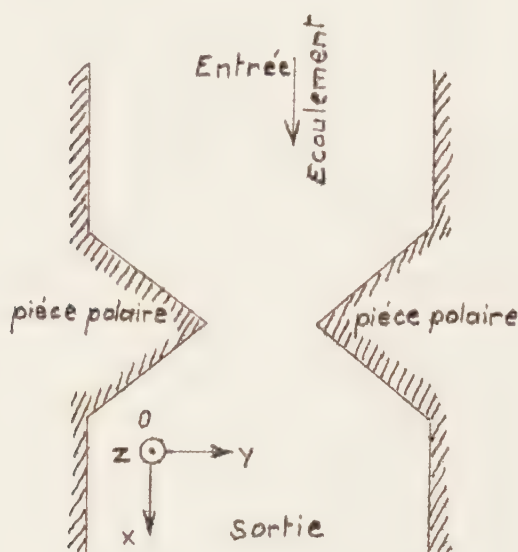


Figure 1.

Nous considérons un domaine, cylindrique pour d'évidentes raisons de simplicité, dont nous prenons vertical l'axe  $Oz$ . L'écoulement horizontal se produit dans la direction moyenne  $Ox$ , en étant soumis au champ d'induction horizontal suivant la direction moyenne  $Oy$  perpendiculaire à  $Ox$ .

Ce champ provient d'une culasse ferromagnétique qui limite le domaine de part et d'autre selon la direction moyenne  $Ox$ , et dont on suppose la perméabilité infinie. Nous verrons que l'effet cherché croît avec le gradient du champ, de telle sorte que les pièces polaires seront prismatiques d'arêtes vives. Nous nous affranchissons de l'effet de pesanteur en ne considérant que la projection du mouvement sur le plan horizontal. Ainsi, notre système se réduit à un système plan d'axes  $(Ox)$ ,  $(Oy)$  tel que le représente par exemple la figure 1.

Lorsque les pièces polaires sont symétriques et face à face, la symétrie par rapport au plan  $(Ox, Oz)$  permet de nous limiter à l'étude de la moitié du domaine. On remarque, à ce sujet, qu'il n'y a jamais de symétrie par rapport au plan  $(Oy, Oz)$  à cause de l'écoulement imposé suivant  $(Ox)$ .



Nous nous proposons d'étudier dans ce domaine, que nous nommerons domaine objet ( $\Delta$ ), les trajectoires des particules sous l'influence de la vitesse d'entraînement et du champ d'induction pour différentes formes de pièces polaires. Pour cela, nous chercherons ces trajectoires analogiquement par voie rhéoélectrique dans un domaine plan semblable à ( $\Delta$ ), et que nous nommons domaine image. Nous serons d'ailleurs conduits à dédoubler cette maquette pour tenir compte de la contrainte de l'écoulement (domaine image D) et de celle du champ (domaine image D'). L'étude des trajectoires nous montrera qu'elles se divisent en deux catégories, les unes qui n'atteignent pas les parois du domaine, tandis que les autres y arrivent en y convergeant pratiquement, comme nous le verrons. Ces dernières correspondent aux particules précipitées par le système dont c'est ainsi le moyen d'action.

Le milieu conducteur employé pour les maquettes est du papier conducteur alimenté sous tension continue. Ce choix a été inspiré par la variété des domaines différents étudiés, donc par la nécessité de réaliser un grand nombre de maquettes. Cette raison nous a fait préférer l'emploi du papier à celui de la cuve rhéoélectrique où les maquettes sont plus compliquées, donc plus longues à réaliser et beaucoup plus onéreuses. Par contre, pour le papier, dont la couche conductrice est fragile, il est nécessaire de prendre des précautions pour déplacer de façon continue la sonde de mesure.

Un premier chapitre sera consacré à l'étude de l'équation des trajectoires des particules. Ensuite, nous étudierons la représentation analogique du champ d'entraînement et celle du champ d'induction. Nous tracerons enfin les trajectoires point par point, puis directement.

Dans ce travail, nous considérons le point de vue analogique exclusivement, notre dessein n'étant pas de vérifier directement la forme des trajectoires réelles.



# CHAPITRE I

## EQUATION DES TRAJECTOIRES DES PARTICULES

Nous considérons deux cas distincts :

- les particules paramagnétiques dont la susceptibilité magnétique est très faible et indépendante du champ d'induction, et qui est alors égal au champ préexistant.

- les particules ferromagnétiques de susceptibilité forte et variable, en nous limitant à celles dont l'hystérésis est négligeable, comme c'est le cas pour la magnétite (mais non l'hématite).

### 1) Particules paramagnétiques.

#### A - Expression générale de l'équation de la trajectoire.

Considérons des particules paramagnétiques solides de susceptibilité  $\chi$  et de volume  $\tau$  placées dans un champ d'induction  $\vec{B}$  et entraînées par un fluide. Elles sont alors soumises à une force magnétique dont l'expression est sensiblement (I) :

$$\vec{F} = \frac{\chi}{2\mu_0} \tau \vec{\text{grad}} B^2$$

si le volume  $\tau$  est suffisamment petit pour que  $\vec{\text{grad}} B^2$  y soit uniforme.

Soient  $\vec{U}$  la vitesse du fluide dans lequel ces particules sont en suspension,  $\nu$  sa viscosité cinématique et  $\rho'$  sa masse volumique.



Nous supposons ce fluide incompressible et son écoulement irrotationnel. La vitesse  $\vec{U}'$  dérive alors du potentiel  $\varphi$  :

$$\vec{U}' = - \text{grad } \varphi$$

Soit  $\vec{U}$  la vitesse des particules que nous supposons sphériques, de rayon  $r$ , de masse volumique  $\rho$  et en proportion assez faible par rapport au fluide pour ne pas en perturber l'écoulement. Nous admettons que la vitesse relative  $\vec{u} = \vec{U} - \vec{U}'$  des particules par rapport au fluide reste toujours petite devant  $U'$ .

Les forces appliquées aux particules au point où la pression est  $p$  sont alors (II) :

- la force d'inertie :  $\rho \tau \left( \frac{d\vec{U}}{dt} \right)$  ;
- la force de pression :  $-\iint p d\vec{s} = -\iiint \text{grad } p d\tau = -\tau \text{grad } p$   
en supposant  $\text{grad } p$  uniforme dans le volume  $\tau = \frac{4}{3} \pi r^3$  ;
- la force de viscosité :  $-6 \pi \eta r \vec{u}$  ;
- la force de pesanteur :  $\rho \tau \vec{g}$  ;
- la force magnétique  $\frac{\chi}{2 \mu_0} \tau \text{grad } B^2$  .

Le mouvement des particules est donc défini par

$$\rho \tau \frac{d\vec{U}}{dt} = -\tau \text{grad } p - 6 \pi \eta r \rho' \vec{u} + \rho \tau \vec{g} + \frac{\chi \tau}{2 \mu_0} \text{grad } B^2$$

soit

$$\rho \frac{d\vec{U}}{dt} + \text{grad } p + \frac{9 \eta}{2 r} \rho' \vec{u} - \rho \vec{g} - \frac{\chi}{2 \mu_0} \text{grad } B^2 = 0$$

Le mouvement du fluide incompressible est de son côté donné par l'équation d'Euler :

$$\rho' \frac{d\vec{U}'}{dt} + \text{grad } p - \rho' \vec{g} = 0$$



En éliminant de ces deux dernières équations le terme  $\overrightarrow{\text{grad } p}$ , nous obtenons pour l'équation du mouvement de la particule :

$$\rho \frac{d\vec{U}}{dt} - \rho' \frac{d\vec{U}'}{dt} - \vec{g} (\rho - \rho') + \frac{9\gamma}{2r^2} \rho' (\vec{U} - \vec{U}') - \frac{\chi}{2\mu_0} \overrightarrow{\text{grad } B^2} = 0$$

Si nous nous limitons à la projection du mouvement sur un plan horizontal, le terme relatif à la pesanteur disparaît. Dans le cas où les accélérations restent faibles et où le fluide est un liquide, les termes  $\rho \frac{d\vec{U}}{dt}$  et  $\rho' \frac{d\vec{U}'}{dt}$  restent petits. Comme ils sont en outre du même ordre de grandeur et de même sens, nous négligerons  $\rho \frac{d\vec{U}}{dt} - \rho' \frac{d\vec{U}'}{dt}$ . Cette approximation n'est sans doute plus justifiée au voisinage immédiat d'une arête, mais nous verrons que si le trieur est efficace, la considération du détail de son action dans cette zone n'est plus tellement intéressante pour connaître le rendement, puisque toutes les particules qui y entrent seront captées.

L'équation du mouvement se réduit alors à :

$$\frac{9\gamma}{2r^2} \rho' \vec{U} = \frac{9\gamma}{2r^2} \rho' \vec{U}' + \frac{\chi}{2\mu_0} \overrightarrow{\text{grad } B^2} \quad (1)$$

Mais comme  $\vec{U}' = - \overrightarrow{\text{grad } \varphi}$ , la vitesse  $\vec{U}$  des particules dérive du potentiel  $\varphi - \lambda B^2$

$$\vec{U} = - \overrightarrow{\text{grad } (\varphi - \lambda B^2)} \quad \text{avec} \quad \lambda = \frac{\chi}{\mu_0} \frac{r^2}{9 \rho' \gamma} \quad (V)$$

où  $\varphi$  représente l'action d'entraînement du fluide et  $-\lambda B^2$  l'action magnétique.

#### B - Valeurs numériques.

Pour évaluer numériquement ce résultat, calculons le coefficient  $\lambda$ , tout au moins en ordre de grandeur. Dans cette optique, prenons une valeur moyenne de la susceptibilité magnétique pour



quelques substances paramagnétiques naturelles importantes telles que la sidérose, le fer spathique, la sidérite des carbonates ( $\text{Fe CO}_3$ ) ou le sulfure de fer.(III) et (IV).

Nous avons ainsi adopté

$$\chi = 3 \cdot 10^{-3} \text{ M. K. S. A.}$$

ce qui, avec

$$r = 20 \mu$$

et  $\nu \rho' = 12 \cdot 10^{-4} \text{ M. K. S. A.}$  dans le cas où le fluide d'entraînement est l'eau, donne

$$\lambda \neq 10^{-4} \text{ M. K. S. A.}$$

## 2) Particules ferromagnétiques.

L'expression générale de la force appliquée à une particule magnétique isotrope et sphérique placée dans un champ d'induction  $\vec{B}$  est : (VII)

$$\vec{F} = \frac{2 \pi}{\mu_0} \frac{\mu_r^{-1}}{\mu_r + 2} r^3 \vec{\text{grad}} B^2 = \frac{3}{2 \mu_0} \frac{\chi}{\chi + 3} \tau \vec{\text{grad}} B^2$$

où  $\mu_r$  et  $\chi$  sont les perméabilité relative et susceptibilité magnétique du corps considéré.

On retrouve pour  $\chi \ll 3$  l'expression de la force à laquelle sont soumises les particules paramagnétiques.

Si nous représentons la fonction  $f(B) = \frac{\chi}{\chi + 3}$  pour la magnétite dont les propriétés (VIII, IX) sont consignées dans le tableau page 7, nous obtenons sensiblement une droite d'équation

$$f(B) = 0,8 - B \quad \text{pour} \quad 0,05 \text{ T} < B < 0,60 \text{ T}$$

L'expression de la force magnétique est alors pour la particule

$$\vec{F} = \frac{3}{\mu_0} (0,8 - B) \tau |\vec{B}| \vec{\text{grad}} |\vec{B}|$$



$$\vec{F} = \frac{1,2 \tau}{\mu_0} \vec{\text{grad}} B^2 - \frac{\tau}{\mu_0} \vec{\text{grad}} B^3$$

La force magnétique appliquée à la sphère ferromagnétique dérive donc, dans ces conditions, du potentiel

$$P = - \frac{1,2 \tau}{\mu_0} B^2 + \frac{\tau}{\mu_0} B^3$$

La vitesse  $\vec{U}$  des particules dans l'écoulement  $\vec{U}' = - \vec{\text{grad}} \varphi$  est alors donnée, en reprenant le raisonnement du paragraphe précédent par l'équation (1), p. (5 où on remplace  $\frac{\chi}{2 \mu_0} \vec{\text{grad}} B^2$  par  $-\vec{\text{grad}} P$ , soit :

$$\frac{9\gamma}{2r^2} \rho' \vec{U} = \frac{9\gamma}{2r^2} \rho \vec{U}' + \frac{1,2}{\mu_0} \vec{\text{grad}} B^2 - \frac{1}{\mu_0} \vec{\text{grad}} B^3$$

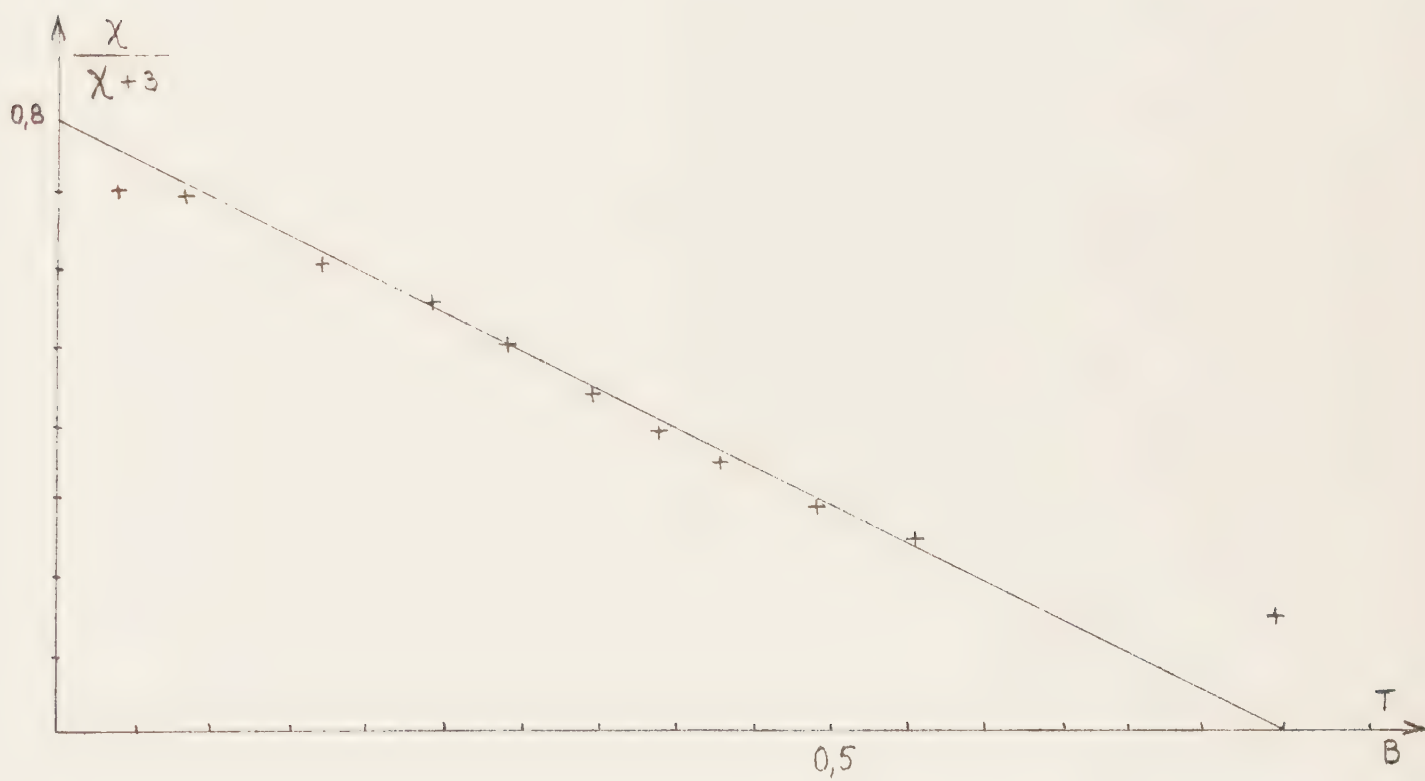
Ainsi  $\vec{U} = - \vec{\text{grad}} (\varphi - \lambda_1 B^2 + \lambda_2 B^3)$

avec 
$$\begin{cases} \lambda_1 = \frac{1,2 \times 2r^2}{9\gamma \rho' \mu_0} = 0,070 \\ \lambda_2 = \frac{2r^2}{9\gamma \rho' \mu_0} = 0,058 \end{cases}$$

| H<br>oers-<br>ted | 4πJ<br>Gauss | B<br>Gauss<br>H+4πJ | H<br>At/m | B <sub>T</sub> | $\chi \frac{4\pi J}{H}$ | $\chi + 3$ | $\frac{\chi}{\chi + 3}$ |
|-------------------|--------------|---------------------|-----------|----------------|-------------------------|------------|-------------------------|
| 50                | 350          | 400                 | 4 000     | 0,04           | 7                       | 10         | 0,7                     |
| 100               | 700          | 800                 | 8 000     | 0,08           | 7                       | 10         | 0,7                     |
| 300               | 1400         | 1700                | 24 000    | 0,17           | 4,68                    | 7,68       | 0,609                   |
| 500               | 1900         | 2400                | 40 000    | 0,24           | 3,8                     | 6,8        | 0,559                   |
| 700               | 2200         | 2900                | 55 700    | 0,29           | 3,14                    | 6,14       | 0,511                   |
| 1000              | 2450         | 3450                | 79 500    | 0,345          | 2,45                    | 5,45       | 0,450                   |
| 1300              | 2600         | 3900                | 103 500   | 0,39           | 2                       | 5          | 0,400                   |
| 1600              | 2700         | 4300                | 127 000   | 0,43           | 1,7                     | 4,7        | 0,361                   |
| 2100              | 2800         | 4900                | 167 000   | 0,49           | 1,33                    | 4,33       | 0,307                   |
| 2700              | 2850         | 5550                | 215 000   | 0,555          | 1,06                    | 4,06       | 0,261                   |
| 5000              | 2900         | 7900                | 400 000   | 0,79           | 0,58                    | 3,58       | 0,162                   |

Tableau 1.







## CHAPITRE II

-----  
PRINCIPE DE L'ANALOGIE  
-----

Pour fixer les idées, considérons le cas des particules paramagnétiques dont la vitesse  $\vec{U}$  est

$$\vec{U} = - \overrightarrow{\text{grad}} (\varphi - \lambda B^2)$$

Les trajectoires des particules, lignes de force du champ de vecteur  $\vec{U}$ , sont les trajectoires orthogonales des lignes

$$W = \varphi - \lambda B^2 = \text{constante} \quad \text{où } W \text{ est un paramètre}$$

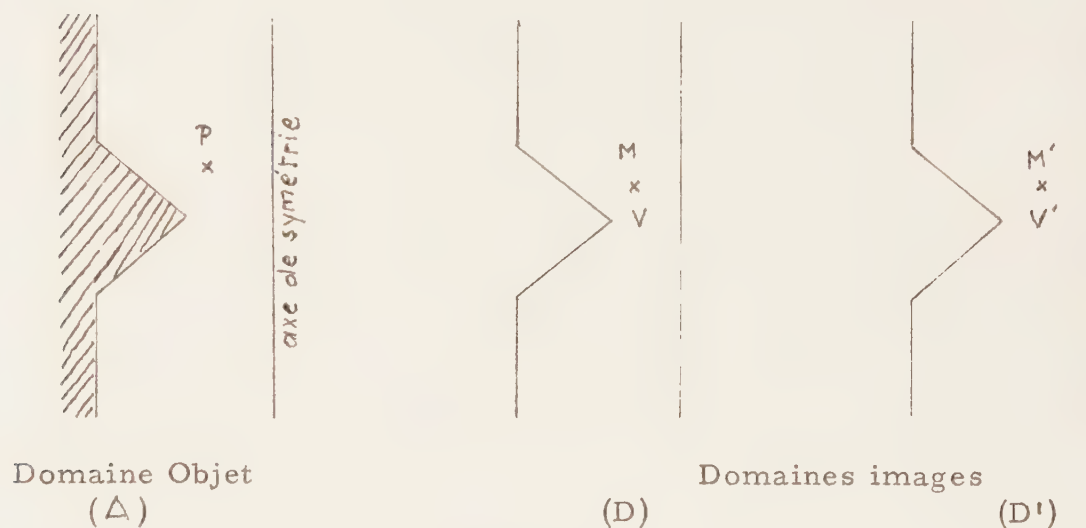


Figure 2.

Nous nous proposons de chercher à déterminer les fonctions composantes de  $W$ , soit le potentiel de vitesse d'entraînement  $\varphi$  et ce que nous nommerons le potentiel d'action magnétique  $-\lambda B^2$ , analogue-ment en fonction des potentiels  $V$  et  $V'$  de deux champs électrocinétiques dans des domaines images (D) et (D') respectivement, semblables au domaine objet (Δ), et auxquels seront appliquées les conditions aux



limites relatives à  $\varphi$  et à  $-\lambda B^2$  dans  $(\Delta)$ . Ainsi, la fonction  $W$  au point courant  $P$  de  $(\Delta)$  sera donnée par la somme  $\varphi - \lambda B^2$  de  $\varphi$  et de  $-\lambda B^2$  aux points correspondants homologues  $M$  et  $M'$  de  $(D)$  et  $(D')$ .

Cette somme est obtenue de deux manières différentes :

- par l'addition point par point à l'aide des réseaux  $V = \text{constante}$  et  $V' = \text{constante}$
- ou par l'addition directe effectuée par un sommateur opérationnel.

Les chapitres suivants sont consacrés à la détermination de potentiels images proportionnels à  $\varphi$  et  $-\lambda B^2$ . Nous envisageons ensuite le problème du passage des potentiels objets aux potentiels images pour étudier et comparer l'influence de la vitesse d'entraînement et de l'amplitude du champ d'induction dans l'espace objet pour une configuration géométrique donnée.

oooooooo



# CHAPITRE III

## REPRESENTATION ET DETERMINATION DU POTENTIEL DES VITESSES D'ENTRAINEMENT

### 1) Correspondance entre les réseaux de courbes.

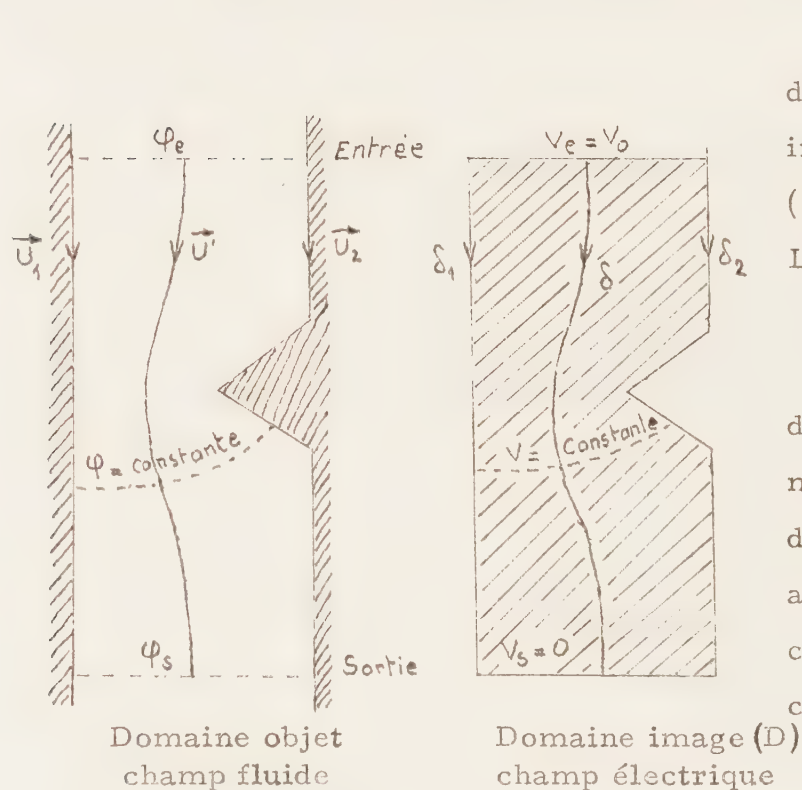


Figure 3.

Ces conditions sont :

- lignes d'écoulement (de courant) sur les bords matériels et le cas échéant sur  $Ox$  lorsqu'il y a symétrie
- équipotentiels  $\varphi = \varphi_e$  et  $\varphi = \varphi_s$  perpendiculaires à l'axe  $Ox$  en pratique à l'"entrée" et à la "sortie", assez loin des arêtes où celles-ci ne perturbent pas l'écoulement appliqué supposé uniforme. (Fig. 3).

Le potentiel  $\varphi$  du champ des vitesses du fluide parfait irrotationnel dans le domaine  $(\Delta)$  obéit à l'équation de Laplace  $\Delta\varphi = 0$ .

Il sera donc représenté directement par l'écoulement correspondant dans le domaine conducteur image  $(D)$  auquel nous appliquons les conditions aux limites qui correspondent à  $(\Delta)$ .



Le domaine image (D), conducteur, en papier Teledeltos, sera donc limité :

- d'une part par les lignes qui représentent les bords matériels de ( $\Delta$ )
- d'autre part par des électrodes équipotentiellles  $V_e = V_o$  et  $V_s = 0$  qui correspondent à  $\varphi_e$  et  $\varphi_s$ .

Dans ces circonstances, les lignes de vitesse  $\vec{U}$  sont représentées partout par les lignes de courant  $\vec{\delta}$  et les équipotentiellles  $\varphi$  par les équipotentiellles  $V$ .

## 2) Correspondance numérique.

Pour préciser la correspondance numérique entre  $V$  et  $\varphi$  particulièrement, considérons les régions où les champs sont sensiblement uniformes, par exemple à l'"entrée" où la vitesse est  $\vec{U}'_e$  et le potentiel  $\varphi_e$  sur ( $\Delta$ ), et le potentiel  $V_o$  sur (D); les origines étant prises par rapport à la sortie (Fig. 4). A la distance  $\Delta x$ , le potentiel est

$$\varphi_e - \Delta\varphi, \text{ avec}$$

$$\Delta\varphi = |\vec{U}'_e| \Delta x$$

Sur l'image, prenons pour potentiel du point correspondant

$$V_o - \Delta V \text{ tel que}$$

$$\Delta V = m \Delta\varphi$$

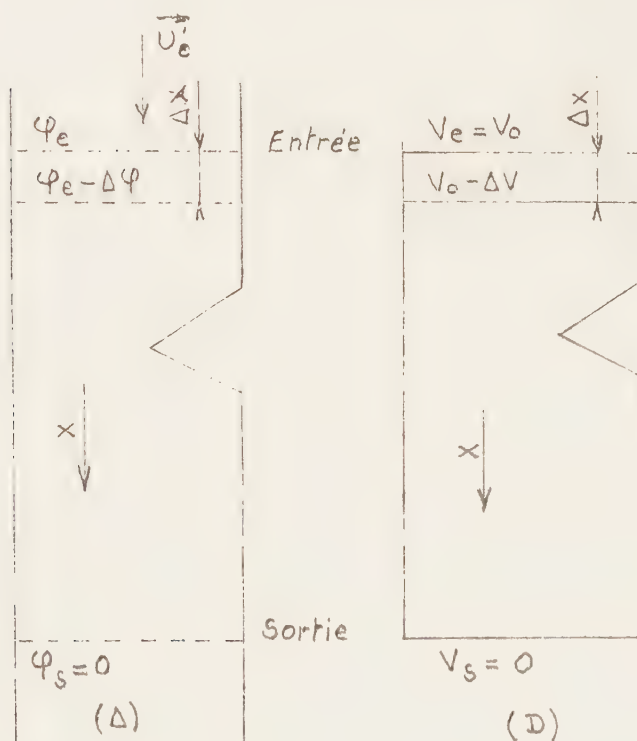


Figure 4.



Le facteur de correspondance  $m$  entre  $V$  et  $\varphi$  sera donc

$$m = \frac{\Delta V}{\Delta \varphi} = \frac{\Delta V}{|U'_e| \Delta x} \quad \left( \frac{V_0}{m} \right)$$

en fonction de la seule grandeur intéressante de l'écoulement, la vitesse d'entraînement à l'entrée et de  $\Delta V$  proportionnel à la tension totale appliquée à l'image  $V_0$ .

L'établissement pratique de ce facteur d'échelle qui impose  $V_0$  à partir de  $\Delta V$ , exige que  $\Delta V$  soit notable, donc que le domaine où le champ est uniforme soit assez grand ce qui n'entraîne d'ailleurs pas de difficulté.

Ainsi, en chaque point, la tension  $\varphi$  se déduit de la tension  $V$  au point correspondant par :

$$\varphi = \frac{V}{m} = U'_e \frac{\Delta x}{\Delta V} \cdot V$$

Pour mettre aisément en évidence l'influence de la vitesse d'entraînement, introduisons la vitesse réduite  $\alpha$  exprimée en fonction d'une valeur unitaire, arbitraire, mais parfaitement déterminée  $U'_0$ , soit

$$\alpha = \frac{U'_e}{U'_0}$$

Ainsi

$$\varphi = \alpha U'_0 \frac{\Delta x}{\Delta V} V$$

Posons

$$\varphi_0 = U'_0 \frac{\Delta x}{\Delta V} V_0 \quad \text{potentiel à l'entrée pour la vitesse réduite} \\ \alpha = 1$$

Nous aurons en valeurs réduites  $\frac{\varphi}{\varphi_0}$  et  $\frac{V}{V_0}$  :

$$\frac{\varphi}{\varphi_0} = \alpha \frac{V}{V_0}$$



La distribution des équipotentiellles est indépendante de  $U'_e$  et leurs cotes en valeur réduite sont indépendantes du choix de  $U'_o$ . Nous en déduisons  $\varphi$  par

$$\varphi = \alpha \varphi_o \frac{V}{V_o} = \alpha U'_o \frac{\Delta x}{\Delta V} V_o \frac{V}{V_o}$$

oooooooo



# CHAPITRE IV

## REPRESENTATION ET DETERMINATION DU POTENTIEL D'ACTION MAGNETIQUE

Il nous reste à déterminer la fonction de point  $\lambda B^2$ , ce que nous faisons en introduisant le potentiel logarithmique dont nous rappelons les propriétés.

### 1) Potentiel logarithmique.

La dérivée par rapport à  $z = x + jy$ , supposée sans dimension, du potentiel complexe  $\psi + j\phi$ , sans dimension également, est la fonction analytique

$$w = \frac{d(\psi + j\phi)}{dz} = \frac{\partial \psi}{\partial x} + j \frac{\partial \phi}{\partial x} = \frac{\partial \phi}{\partial y} - j \frac{\partial \psi}{\partial y}$$

$$= |\text{grad } \psi| e^{-j\theta}$$

La fonction  $\text{Log } w$ , analytique elle aussi, ou fonction potentiel logarithmique, est donc

$$\text{Log } w = \text{Log } |\text{grad } \psi| - j\theta$$

Elle est particulièrement adaptée à la représentation d'un champ caractérisé par le module ou la direction, ce qui est précisément le cas pour la fonction potentiel d'action magnétique  $\lambda B^2$  dont le module nous intéresse et qui est tel que  $\vec{B}$  est fixé en direction sur les bords du domaine.



Si la fonction  $V' = V'_0 \text{Log} |\text{grad } \psi|$  est choisie comme fonction potentiel électrocinétique, définie au facteur près  $V'_0$ , d'un écoulement convenable, les équipotentiels sont les lignes  $|\text{grad } \psi| = \text{constante}$ , et les lignes de courant  $\theta = \text{constante}$  donnent les lieux des points où la direction de  $\vec{\text{grad}} \psi$  est constante.

## 2) Application au potentiel d'action magnétique.

### A - Principe.

Nous sommes ainsi conduits à poser  $\vec{B} = B_0 \vec{\text{grad}} \psi$  et à imposer à la distribution de potentiel  $V' = V'_0 \text{Log} |\text{grad } \psi|$  et au courant  $\theta$  dans le domaine image ( $D'$ ) les conditions aux limites imposées à  $\vec{B}$  dans le domaine objet ( $\Omega$ ) en grandeur et en direction. Cette correspondance nous conduit à nommer isogradientes les lignes  $|\vec{B}| = |\vec{\text{grad}} \psi| = \text{constante}$

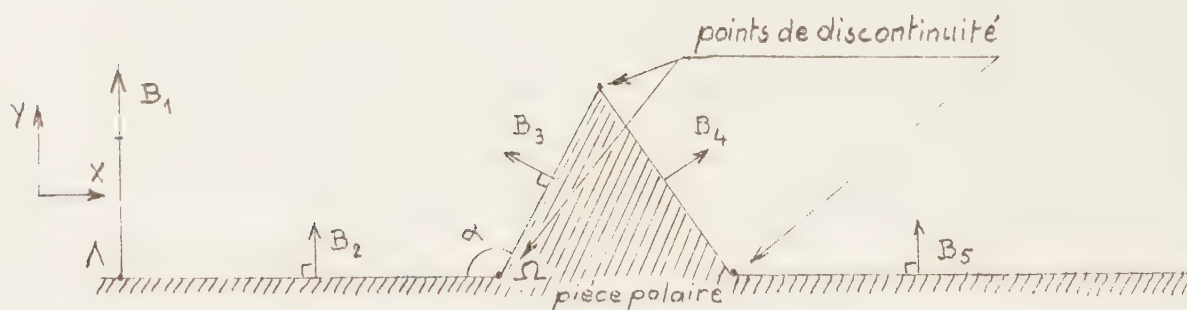


Figure 5..

Dans le domaine choisi en fait seule intervient, aux limites, la direction de  $B$ , normale ou parallèle au contour, avec ainsi, dans le plan  $(Ox, Oy)$  les discontinuités relatives aux angles formés par les arêtes (Fig. 5).



### B - Injection des courants.

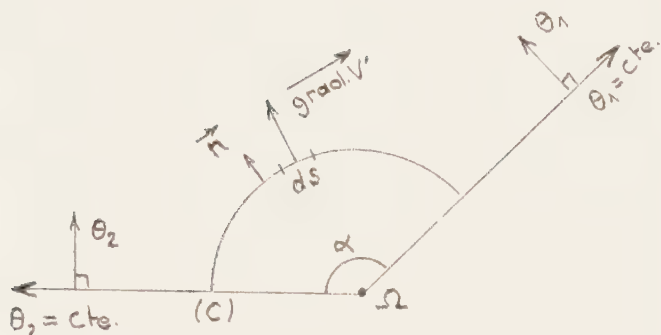


Figure 6.

de longueur  $ds$ , perpendiculaire à la normale  $\vec{n}$  est

$$\frac{1}{\rho_s} \int_{(C)} \frac{dV'}{dn} ds$$

où  $\rho_s$  est la résistivité surfacique (en ohm) de l'image.

Lorsqu'on fait tendre le contour (C) vers le point  $\Omega$ , l'équipotentielle reste traversée par ce même courant qu'il est donc nécessaire d'injecter en  $\Omega$ .

Mais comme la fonction  $V'/V'_0 - j\theta$  est analytique, on a

$$\frac{d\theta}{ds} = - \frac{1}{V'_0} \frac{dV'}{dn}$$

de telle sorte que ce courant est aussi

$$\frac{1}{\rho_s} \int_{(C)} \frac{dV'}{dn} ds = - \frac{V'_0}{\rho_s} \int_{(C)} d\theta = \frac{V'_0}{\rho_s} (\theta_1 - \theta_2) = \frac{V'_0}{\rho_s} (\pi - \alpha) = I'_0 (\pi - \alpha)$$

Considérons, plus particulièrement, dans le domaine image (D') les lignes de courant qui sur les bords forment l'angle  $\alpha$  en  $\Omega$  (Fig. 6), et là une équipotentielle  $V'$ , qui, infiniment près de  $\Omega$  devient circulaire (C).

Le courant qui traverse cette équipotentielle, d'élément



avec 
$$I'_0 = \frac{V'_0}{\rho_s}$$

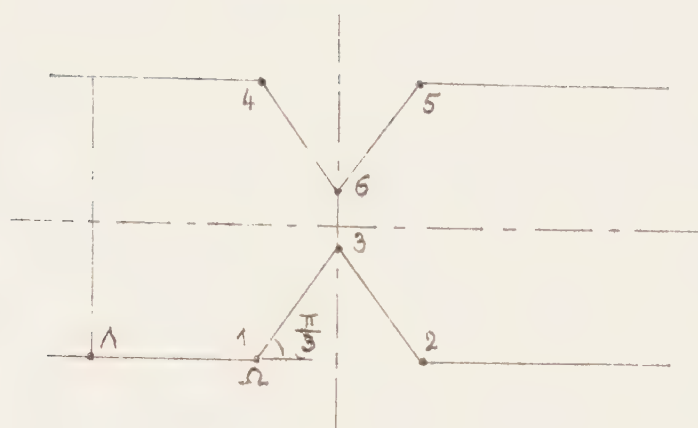


Figure 7.

d'où 
$$I_3 = I_6 = -2 I_1$$

On remarquera d'une part que le point  $\Lambda$  ne constitue pas de discontinuité pour la direction du champ, qu'il n'y a donc pas de courant à y injecter et d'autre part que la somme algébrique des courants injectés est nulle.

La figure montre que dans le cas où on ne s'intéresse qu'aux isogradients du champ d'induction, il suffirait de n'étudier que le quart du domaine en n'injectant alors au point 3 que la moitié du courant prévu ; on pourrait alors brancher une source de tension quelconque entre les deux points correspondants. Si le nombre des courants à injecter est supérieur à deux, il devient nécessaire d'employer des sources à courant constant pour s'affranchir en particulier des variations de résistance des "points" d'injection qui sont suivant l'inverse de leur rayon réel souvent mal définis.

qui est indépendant de la géométrie du système.

Ce résultat, appliqué à tous les angles qui limitent le domaine de la figure 7, donne la répartition :

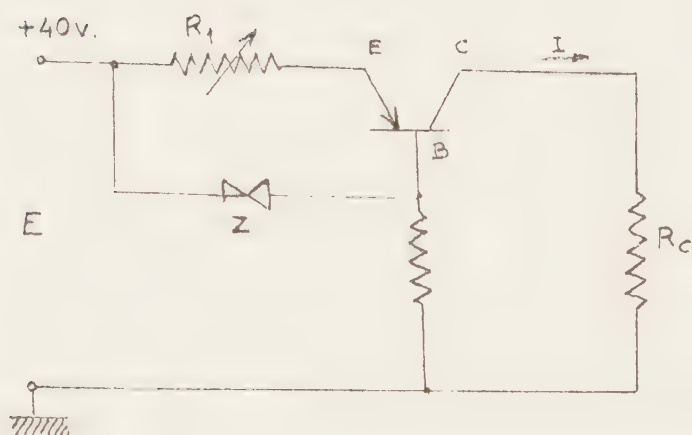
$$I_1 = I_2 = I_4 = I_5 = I_0 \left[ \pi - \left( \pi - \frac{\pi}{3} \right) \right] \\ = I_0 \frac{\pi}{3}$$

$$I_3 = I_6 = I_0 \left[ \pi - \left( 2\pi - \frac{\pi}{3} \right) \right] \\ = - I_0 \frac{2\pi}{3}$$



### 3) Générateurs de courant.

#### A - Montage.



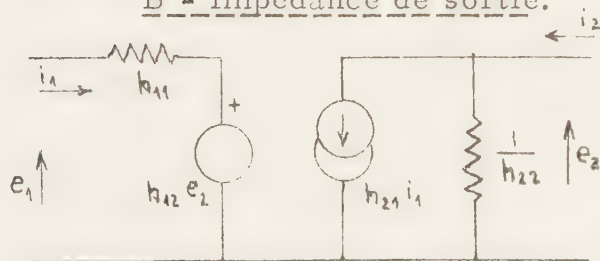
Nous avons employé le circuit à un transistor et à diode Zener dont le schéma est représenté sur la figure 8. Aux variations près de la tension  $V_{eb}$  du transistor, la tension aux bornes de  $R_1$  est égale à la tension de Zener  $V_Z$  de la diode. Le courant d'émet-

teur, voisin de  $\frac{V_Z}{R_1}$  est donc constant et il en est de même du courant collecteur qui lui est pratiquement égal et qui traverse la résistance de charge  $R_c$ . La résistance du papier Teledeltos tel que nous l'avons employé, mesurée entre deux injecteurs, est de l'ordre de  $5\text{ k}\Omega$ , ce qui nous conduit à fixer ainsi pour les générateurs de courant l'impédance de sortie supérieure à  $1\text{ M}\Omega$  pour une impédance de charge comprise entre  $0$  et  $20\text{ k}\Omega$ .

Pour réaliser un générateur de courant de signe contraire, il suffit dans le cas de ce montage

- d'inverser les polarités de la source d'alimentation
- de remplacer le transistor p n p par un transistor n p n
- d'inverser la diode Zener

#### B - Impédance de sortie.



Le transistor seul, représenté par la figure 9, obéit pour les régimes variables, aux équations :

Figure 9.



$$e_1 = h_{11} i_1 + h_{12} e_2$$

$$i_2 = h_{21} i_1 + h_{22} e_2$$

Dans son fonctionnement normal, la diode Zener est équivalente à une f.c.e.m, constante en série avec une résistance  $r_z$ , la résistance dynamique de la diode.

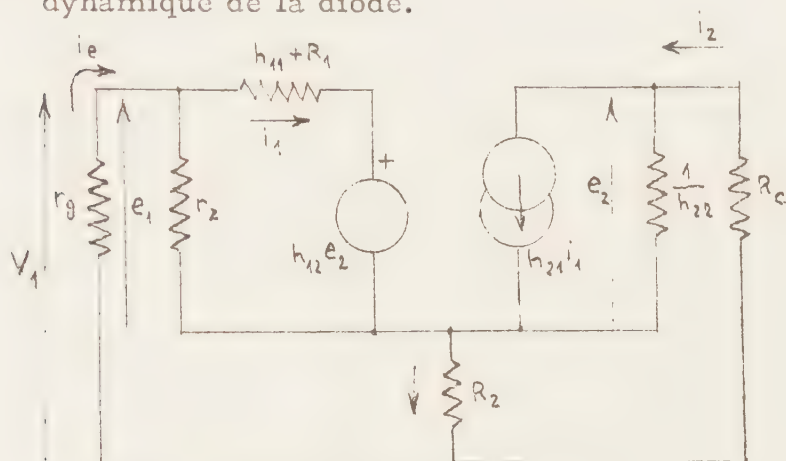


Figure 10.

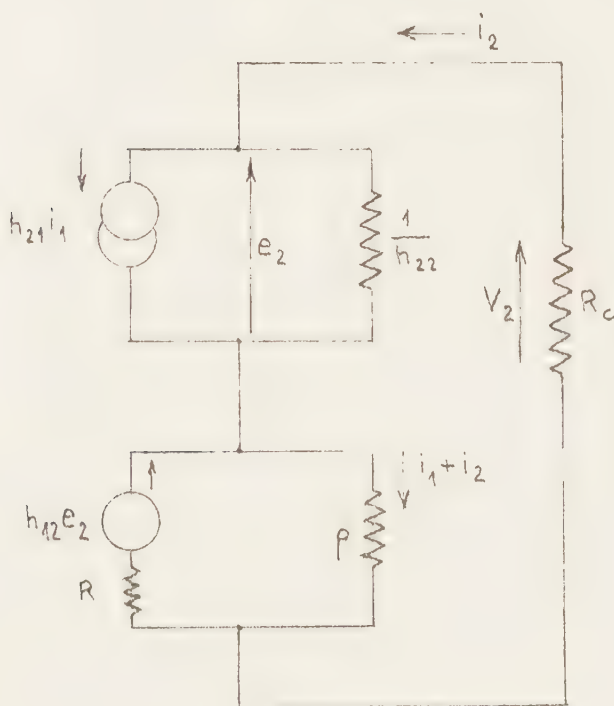


Figure 11.

Dans ces conditions, le schéma équivalent complet du générateur est celui de la figure 10, où  $r_g$  est la résistance interne de la source d'alimentation.

Ce schéma se simplifie si on néglige  $r_g$ , en posant alors

$$\rho = \frac{r_z R_2}{r_z + R_2} \text{ et } R = h_{11} + R_1$$

Les équations du fonctionnement sont ainsi suivant le nouveau schéma de la figure 11 :

$$v_2 = e_2 + \rho (i_1 + i_2)$$

$$e_1 = h_{11} i_1 + h_{21} e_2$$

$$i_2 = h_{21} i_1 + h_{22} e_2$$

$$R i_1 + h_{12} e_2 + \rho (i_1 + i_2) = 0$$



On trouve alors pour l'impédance de sortie  $\frac{v_2}{i_2} = Z_s$ , l'expression

$$Z_s = \frac{1 + \frac{\frac{h_{21} h_{12}}{h_{22}} + \rho h_{21}}{R - \frac{h_{21} h_{12}}{h_{22}} + \rho}}{h_{22}} + \rho \left[ 1 - \frac{\frac{h_{12}}{h_{22}} + \rho}{R + \rho - \frac{h_{21} h_{12}}{h_{22}}} \right]$$

soit

$$Z_s = \frac{R(1 + \rho h_{22}) + \rho(1 + h_{21})(1 - h_{12})}{\left( R + \rho - \frac{h_{21} h_{12}}{h_{22}} \right) h_{22}}$$

Le transistor employé est du type 2N 525, dont les paramètres sont

$$h_{11} = 31 \Omega ; \quad h_{12} = 5.10^{-4} ; \quad h_{22} = 6.10^{-7} \text{ S et}$$

$1 + h_{21} = 0,0223$ , pour  $I_c = 1 \text{ mA}$  et  $V_{ec} = 5 \text{ V}$ , ces valeurs étant pratiquement invariables pour  $1 \text{ v} < V_{ec} < 30 \text{ v}$ , ce qui est notre cas.

La diode du type 15 Z 4 a pour résistance  $r_z \neq 30 \Omega$  et pour tension de Zener  $V_z = 10 \text{ volts}$ , ce qui conduit à prendre  $R_1 \neq \frac{V_z}{I} \neq 10 \text{ k}\Omega$ .

Comme  $R_2$  est très grand ( $20 \text{ k}\Omega$ ), devant  $r_z$ , on a  $\rho \neq r_z$ . En outre,  $R = R_1 + h_{11} \neq R_1$  d'où  $\rho \ll R$ , de même que  $\rho h_{22} \ll 1$  et  $h_{12} \ll 1$ .



Dans ces conditions, les approximations qui en résultent permettent d'écrire :

$$Z_s = \frac{R + \rho(1 + h_{21})}{h_{22} \left[ R - \frac{h_{12} h_{21}}{h_{22}} \right]} \quad \text{où de plus} \quad (1 + h_{21}) \ll R$$

Ainsi

$$Z_s \approx \frac{R}{h_{22} \left[ R + \frac{h_{12}}{h_{22}} \right]} = \frac{1}{h_{22} + \frac{h_{12}}{R}}$$

Pour obtenir une impédance de sortie grande, toutes choses égales par ailleurs, on choisit un transistor pour lequel l'admittance de sortie  $h_{22}$  est très faible, ce qui nous a fait adopter le type 2 N 525 pour lequel l'impédance interne du montage est alors pour le courant de charge  $I = 1 \text{ mA}$  :  $Z_s = 1,4 \text{ M}\Omega$ .

Ce générateur, avec son alimentation de 40 V, est donc équivalent à une source de tension de 1400 V en série avec une résistance de  $1,4 \text{ M}\Omega - 2 \text{ W}$ .

La plage de fonctionnement du générateur est donnée par

$$0 < R_c < \frac{V_e - V_z}{I_c}$$

Comme

$$V_e = 40 \text{ volts}$$

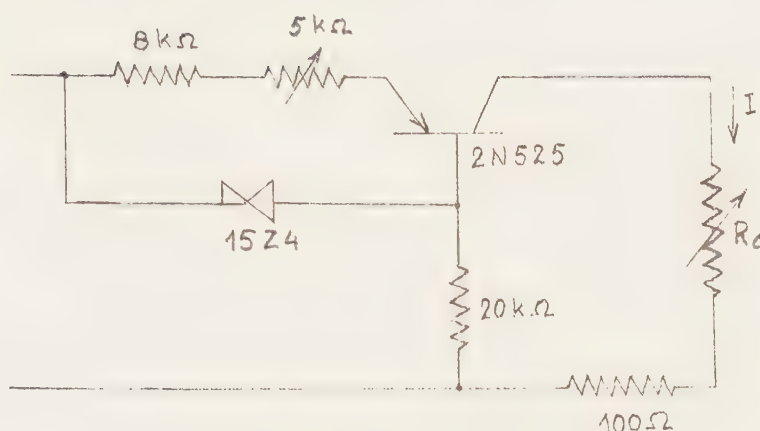
$$V_z = 10 \text{ volts}$$

$$I_c = 1 \text{ mA}, \text{ il en résulte } 0 < R_c < 30.000 \Omega$$

ce qui est tout à fait compatible avec les conditions que nous nous étions imposées.



### C - Vérification expérimentale.



On dispose une résistance de  $100 \Omega$  à  $5 \cdot 10^{-3}$  près en série avec la charge  $R_c$  pour la lecture du courant  $I$ . Le réglage du courant  $I$  se fait à l'aide de la résistance  $\approx 5.000 \Omega$  d'un rhéostat de  $5 k\Omega$  en série

Figure 12.

avec une résistance de  $8 k\Omega$ . Ainsi

$$I \neq \frac{V_z}{8 + \approx 5} \text{ mA}$$

L'étude expérimentale du montage a donné pour la variation  $\Delta R$  de la résistance de charge une variation  $\frac{\Delta I}{I}$  du courant. La résistance interne du montage  $R_s$  a donc pour valeur :

$$\frac{\Delta R}{\frac{\Delta I}{I}} = R_s = \frac{40.000 - 0}{3 \%} \quad \text{d'où} \quad R_s \neq 1,3 \text{ M}\Omega$$

résultat en accord avec le calcul précédent.

Les courbes de la figure 13 montrent qu'il n'y a plus stabilisation pour une tension d'alimentation  $V_e$  donnée au-delà d'une certaine valeur de la résistance de charge: la diode ne fonctionne plus dans la région de Zener. On remarque de plus que, quelle que soit la tension d'alimentation, la pente de la courbe dans la zone utile est constante.

#### 4) Correspondance numérique entre $V'$ et $\text{Log } B$

Nous disposons donc d'une distribution de potentiel électrocinétique  $V'$  telle que chaque ligne  $V' = \text{constante}$  représente une isogradient du champ d'induction  $\vec{B}$ ,  $V'$  et  $B$  étant liés par la relation :







$$V' = V'_0 \text{ Log } \frac{B}{B_0} \quad \text{où} \quad V'_0 = \rho_s I'_0$$

Comme notre but est d'obtenir électriquement une tension proportionnelle à  $\lambda B^2$ , il est nécessaire d'obtenir numériquement  $B^2$  à partir de

$$V' = \frac{\rho_s I_0}{2} \text{ Log } \frac{B^2}{B_0^2}$$

Le courant  $I_0$ , qui est le courant injecté par unité d'angle dans l'image (D') est imposé par les générateurs de courant.

Le facteur  $\frac{\rho_s I_0}{2} = \frac{V'_0}{2}$  est mesuré indirectement de la manière suivante sur l'image (D') en même temps que sur l'image (D) pour laquelle on remarque que la carte des équipotentiels  $V = \text{constante}$  (qui représente les équipotentiels de vitesse) est aussi celle des lignes de champ magnétique comme le montre la figure 14.

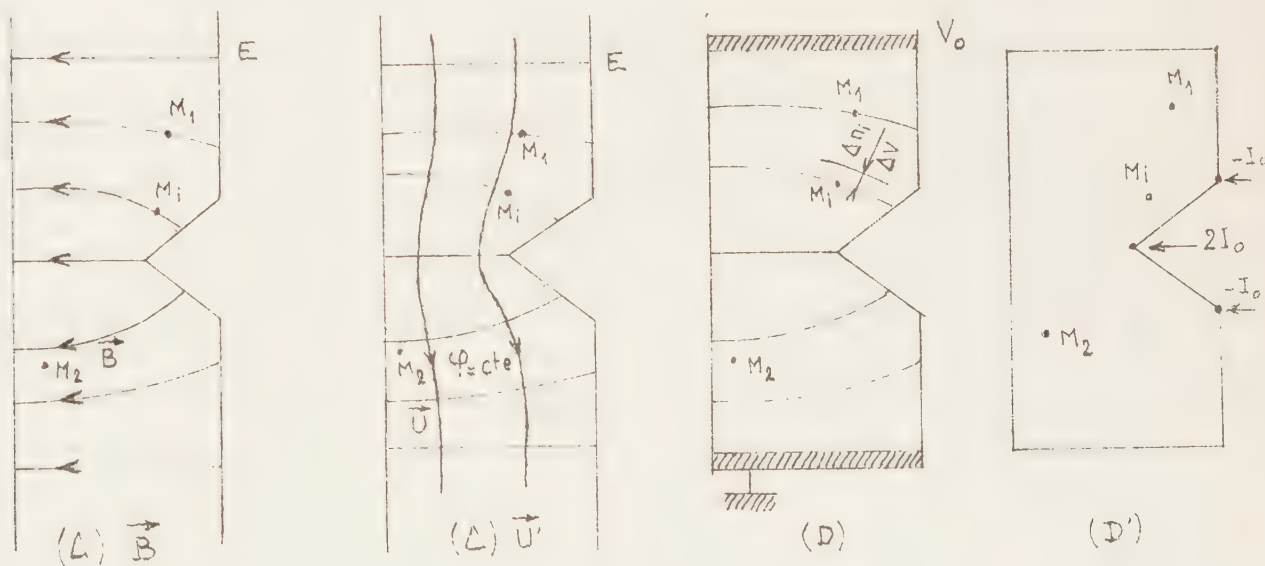


Figure 14.



Considérons le couple de points  $M_1$  et  $M_2$  dans tous les domaines.

Si les lignes  $V = \text{constante}$  sont tracées avec la raison  $\Delta V$ , la distance entre elles étant  $\Delta n_1$  au point  $M_1$ , la remarque précédente équivaut à

$$\frac{B_1}{B_2} = \frac{\Delta n_2}{\Delta n_1}$$

ce rapport étant indépendant de la tension appliquée  $V_o$  à  $(D')$ .

Entre les points homologues de  $(D')$ , alimenté comme nous l'avons vu, la tension étant

$$V'_1 - V'_2 = \rho_s I_o \text{Log} \frac{B_1}{B_2}$$

on a

$$\rho_s I_o = V'_o = \frac{V'_1 - V'_2}{\text{Log} \frac{\Delta n_2}{\Delta n_1}} \quad (\text{volt})$$

qui fixe numériquement le produit de  $I_o$  et  $\rho_s$  qu'il est inutile de mesurer séparément.

Pour achever de déterminer  $B$  par l'intermédiaire de

$$V' = V'_o \text{Log} \frac{B^2}{B_o^2} \quad \text{qui donne} \quad B^2 = B_o^2 e^{\frac{2V'}{V'_o}}, \quad \text{il suffit de considérer}$$

$$\text{le champ } B_r \text{ en un point de référence } M_r \text{ pour lequel } B_r^2 = B_o^2 e^{\frac{2V'_r}{V'_o}}.$$

Ainsi, en éliminant  $B_o$ , il vient

$$B^2 = B_r^2 e^{\frac{V'_r - V'_r}{V'_o}}$$



### 5) Transformation exponentielle.

Avant de pouvoir mettre en œuvre l'analogie, il reste à résoudre la transformation logarithmique de  $V' = \text{Log } B$  en  $B$ . Cette question sera envisagée de deux manières : pour les corps ferromagnétiques, nous avons employé le calcul et pour les corps paramagnétiques un générateur de fonction exponentielle. Le choix de la méthode ne dépend d'ailleurs pas du type de particules à séparer, mais plutôt du nombre de modèles de trieurs différents à étudier: la méthode par le calcul est longue et laborieuse, mais ne demande qu'un matériel réduit, alors que l'emploi du générateur de fonction exponentielle, s'il est plus rapide, exige beaucoup de soins pour les réglages et la mise au point.

### 6) Principe d'application aux particules ferromagnétiques.

Nous venons de déterminer la répartition de  $B^2$  puisque, pour fixer les idées, nous nous sommes limités aux particules paramagnétiques pour lesquelles le potentiel d'action magnétique est  $-\lambda B^2$ . Mais, au passage, nous avons obtenu la répartition de  $B$  de laquelle nous déduisons la répartition de  $B^3$  qui intervient dans le potentiel d'action magnétique  $-\lambda_1 B^2 + \lambda_2 B^3$  concernant les particules ferromagnétiques dont le cas est donc, en principe, tout aussi facile à traiter. C'est ce que nous ferons numériquement.

• o o o o o o o



## CHAPITRE V

### TRACE POINT PAR POINT DES TRAJECTOIRES CAS DES PARTICULES FERROMAGNETIQUES

Dans le premier chapitre, nous avons établi l'équation des trajectoires des particules ferromagnétiques soumises au champ B et entraînées par un fluide de potentiel des vitesses  $\varphi$ . Pour obtenir  $\vec{U} = -\text{grad}(\varphi - \lambda_1 B^2 + \lambda_2 B^3)$  (avec  $\lambda_1 = 0,070$  et  $\lambda_2 = 0,058$  pour la magnétite), nous nous proposons maintenant de construire les trajectoires de ces particules.

#### 1) Détermination numérique du potentiel d'action magnétique.

Nous déterminons la fonction  $\varphi$  ainsi que la fonction  $f(V') = \lambda_1 B^2 - \lambda_2 B^3$  en tout point du domaine.

Nous effectuons ensuite la somme algébrique  $\varphi - f(V')$  pour tracer enfin le réseau des courbes  $\varphi - f(V') = \text{constante}$ .

En pratique, nous construisons un réseau très dense de courbes cotées

$$\varphi = \text{constante}$$

et

$$f(V') = \text{constante}$$

puis en superposant ces deux réseaux, nous en déduisons un ensemble de points d'intersection pour lesquels il est facile de faire la somme cherchée. Enfin, par interpolation, nous construisons le réseau  $\varphi - f(V') = \text{constante}$ .



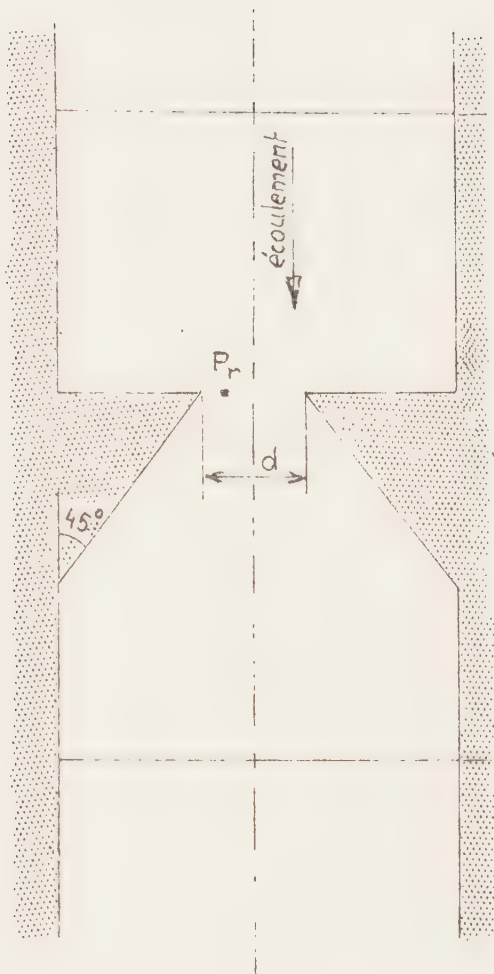


Figure 15.

Le modèle étudié est représenté par la figure 15.

Avec l'alimentation utilisée, on a mesuré

$$V_o = \rho_o I_o = 17;5$$

Le point de référence  $P_r$  est choisi à  $\frac{d}{3}$  de la pointe, dans le prolongement de l'arête normale à la direction moyenne de l'écoulement, où nous fixons l'induction  $B_r = 0,1$  T. Nous avons mesuré au point homologue  $M'_r : V'_r = 82,5$ .

Ces résultats nous permettent de déterminer numériquement la fonction  $f(V')$

$$f(V') = \lambda_1 B_r^2 e^{2 \frac{V' - V'_r}{V'_o}} - \lambda_2 B_r^3 e^{3 \frac{V' - V'_r}{V'_o}} \quad \text{en}$$

$$\text{écrivaint au point courant } B = B_r e^{\frac{V' - V'_r}{V'_o}} = \frac{B_r}{\frac{V'_r}{V'_o}} e^{\frac{V'}{V'_o}}$$

$$\text{où } \frac{B_r}{\frac{V'_r}{V'_o}} = 8,73.10^{-4} \quad \text{e}$$



La correspondance entre les valeurs de  $\frac{V'}{V'_0}$  et celles de  $f(V')$  est portée sur le tableau 2. On voit ainsi que  $f(V')$  n'a de valeur notable que dans la zone des arêtes où effectivement  $\rightarrow$  grad B est important, son ordre de grandeur y est de  $0,5 \cdot 10^{-3}$  à  $2 \cdot 10^{-3}$ . La courbe de variation  $f(V')$  est portée sur la figure 16.

| $V'/V_0$ | $V'$ | $e^{2\frac{V'}{V_0}}$ | $\lambda_1 e^{2\frac{V'}{V_0}}$ | $e^{3\frac{V'}{V_0}}$ | $\frac{a_r}{e^{\frac{V'}{V_0}}} \lambda_2 e^{3\frac{V'}{V_0}}$ | $\lambda_1 e^{2\frac{V'}{V_0}} - \frac{a_r}{e^{\frac{V'}{V_0}}} \lambda_2 e^{3\frac{V'}{V_0}}$ | $f(V') \cdot 10^6$ |
|----------|------|-----------------------|---------------------------------|-----------------------|----------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------|
| 1,72     | 30   | 31,5                  | 2,2                             | 177                   | 0,009                                                          | 2,195                                                                                          | 1,67               |
| 2,29     | 40   | 100                   | 7,0                             | 1 000                 | 0,05                                                           | 6,85                                                                                           | 5,3                |
| 2,86     | 50   | 315                   | 22,0                            | 5 600                 | 0,284                                                          | 21,7                                                                                           | 16,9               |
| 3,14     | 55   | 560                   | 39,2                            | 13 100                | 0,655                                                          | 38,5                                                                                           | 29,4               |
| 3,43     | 60   | 1 000                 | 70                              | 31 000                | 1,581                                                          | 68,4                                                                                           | 52,2               |
| 3,72     | 65   | 1 700                 | 119                             | 70 000                | 3,55                                                           | 115,5                                                                                          | 88,1               |
| 4,00     | 70   | 3 100                 | 220                             | 173 000               | 12,31                                                          | 208,2                                                                                          | 159                |
| 4,28     | 75   | 5 600                 | 392                             | 420 000               | 21,3                                                           | 371                                                                                            | 283                |
| 4,43     | 77,5 | 7 400                 | 518                             | 635 000               | 32,16                                                          | 486                                                                                            | 371                |
| 4,57     | 80   | 10 000                | 700                             | 1 000 000             | 50,65                                                          | 649                                                                                            | 495                |
| 4,72     | 82,5 | 13 100                | 917                             | 1 500 000             | 76                                                             | 841                                                                                            | 642                |
| 4,86     | 85   | 17 500                | 1 190                           | 2 320 000             | 117,5                                                          | 1 072                                                                                          | 818                |
| 5,00     | 87,5 | 24 000                | 1 680                           | 3 720 000             | 188                                                            | 1 492                                                                                          | 1 138              |
| 5,14     | 90   | 31 000                | 2 200                           | 5 450 000             | 276                                                            | 1 929                                                                                          | 1 472              |
| 5,28     | 92,5 | 42 000                | 2 940                           | 8 600 000             | 436                                                            | 2 506                                                                                          | 1 912              |

Tableau 2.



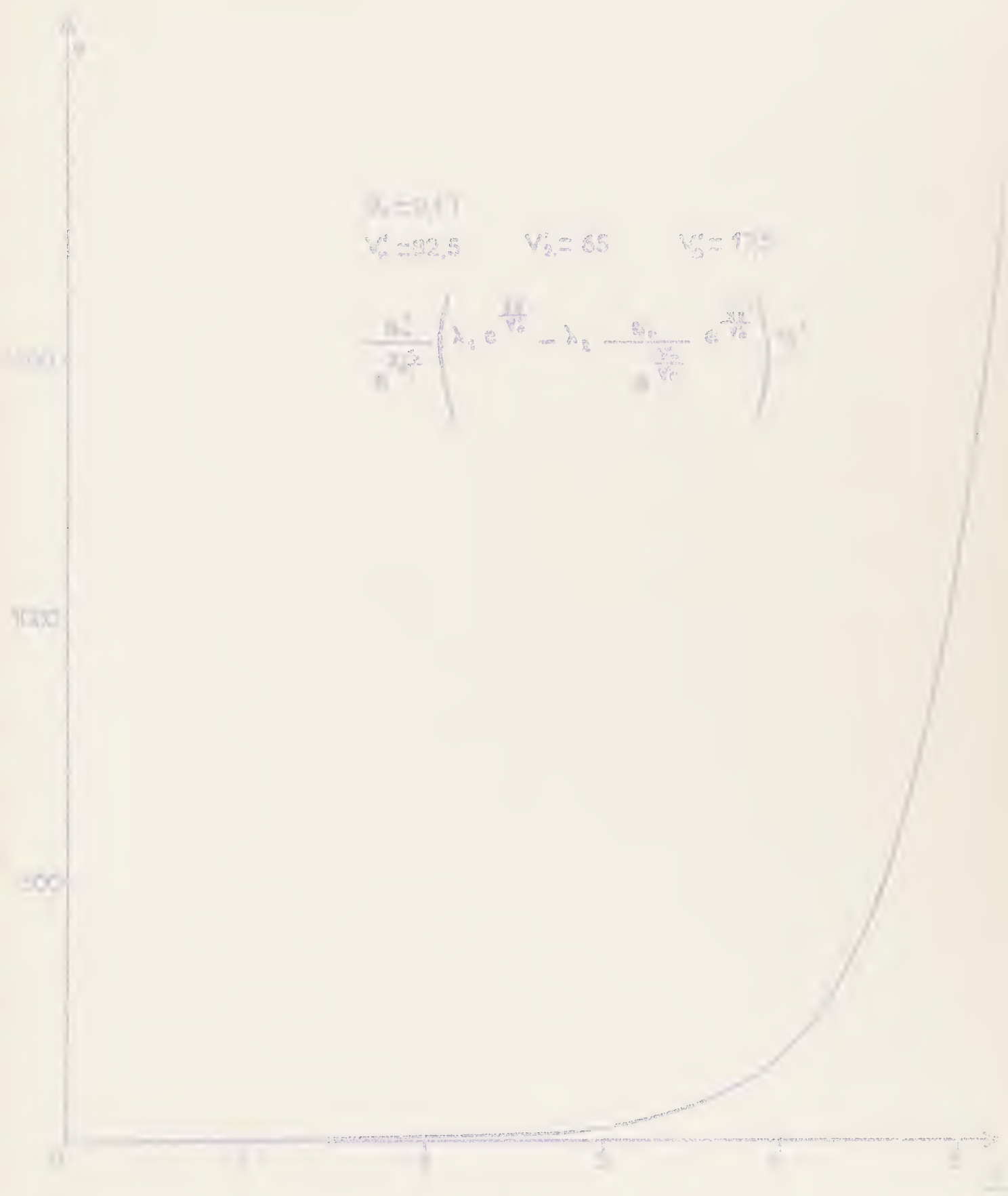
$$\lambda_1 = 0.17$$

$$V_1 = 92.5$$

$$V_2 = 65$$

$$V_3 = 17.5$$

$$\frac{h^2}{8\pi^2} \left( \lambda_1 e^{\frac{h^2}{V_1}} - \lambda_2 e^{\frac{h^2}{V_2}} \right)$$









Les courbes  $f(V') = \text{constante}$  coïncident, bien qu'avec d'autres cotes, avec les courbes  $V' = \text{constante}$ . La figure 17 représente ces dernières (trait discontinu) en valeur réduite  $\frac{V'}{V'_0}$ . On a porté également sur cette figure les équipotentiellles d'écoulement cotées en % de la tension totale (trait continu).

## 2) Addition des potentiels de vitesse d'entraînement et d'action magnétique.

Nous venons de déterminer numériquement la fonction potentiel d'action magnétique  $f(V')$  qui donne pour chaque point la valeur de  $f$  pour une valeur donnée de l'induction de référence  $B_r$ , indépendamment de la valeur de  $V'_0 = \rho_s I_0$  fixée par les courants injectés dans le domaine ( $D'$ ) et le papier utilisé.

Nous avons vu que le potentiel d'écoulement est

$$\varphi = \alpha U'_0 \frac{\Delta x}{\Delta V} V_0 \frac{V}{V_0}$$

Il est fixé numériquement par la vitesse  $\alpha U'_0$  à l'entrée, indépendamment de la tension totale  $V_0$  appliquée au domaine ( $D$ ).

Il se déduit du réseau des équipotentiellles cotées en valeurs réduites, tel qu'il est représenté par la figure 17 pour le système étudié, pour lequel on a en outre  $\frac{\Delta x}{\Delta V} V_0 = \frac{2,5 \cdot 10^{-2}}{2,5} 100 = 1$ . On aboutit ainsi à  $\varphi = \alpha U'_0 \frac{V}{V_0}$  qu'il faut, selon le signe de  $\alpha$  (c'est-à-dire le sens de l'écoulement par rapport à l'arête) ajouter ou retrancher à  $f(V')$ .

Compte tenu de l'ordre de grandeur de  $f(V')$ , on voit que les vitesses intéressantes sont de l'ordre du cm/s : on prendra  $U'_0 = 1 \text{ cm/s}$ .



Ainsi  $\varphi = \alpha 10^{-2} \frac{V}{V_0}$

qui associe à chaque valeur de  $\frac{V}{V_0}$ , la valeur correspondante de  $\varphi$ ,  $\alpha$  étant en paramètre, selon le tableau 3, pour le domaine utile.

| $\frac{V}{V_0}$ | $\varphi = 1 \times 10^3$ | $\varphi_{\alpha} = 2 \times 10^3$ | $\alpha = 3 \times 10^3$ |
|-----------------|---------------------------|------------------------------------|--------------------------|
| 0,200           | 2,00                      | 4,00                               | 6,00                     |
| 0,225           | 2,25                      | 4,50                               | 6,75                     |
| 0,250           | 2,50                      | 5,00                               | 7,50                     |
| 0,275           | 2,75                      | 5,50                               | 8,25                     |
| 0,300           | 3,00                      | 6,00                               | 9,00                     |
| 0,325           | 3,25                      | 6,50                               | 9,75                     |
| 0,350           | 3,50                      | 7,00                               | 10,50                    |
| 0,375           | 3,75                      | 7,50                               | 11,25                    |
| 0,400           | 4,00                      | 8,00                               | 12,00                    |
| 0,425           | 4,25                      | 8,50                               | 12,75                    |
| 0,450           | 4,50                      | 9,00                               | 13,50                    |
| 0,475           | 4,75                      | 9,50                               | 14,25                    |
| 0,500           | 5,00                      | 10,00                              | 15,00                    |
| 0,525           | 5,25                      | 10,50                              | 15,75                    |
| 0,550           | 5,50                      | 11,00                              | 16,50                    |
| 0,575           | 5,75                      | 11,50                              | 17,25                    |
| 0,600           | 6,00                      | 12,00                              | 18,00                    |
| 0,625           | 6,25                      | 12,50                              | 18,75                    |
| 0,650           | 6,50                      | 13,00                              | 19,50                    |
| 0,675           | 6,75                      | 13,50                              | 20,25                    |
| 0,700           | 7,00                      | 14,00                              | 21,00                    |



En chaque point du domaine, où passent les équipotentiellles

$$\frac{V}{V_0} = a \quad \text{et} \quad \frac{V'}{V'_0} = b,$$

on calcule donc le potentiel de vitesse des particules  $w = \varphi - f(V')$  numériquement par  $W = \alpha 10^{-2} a - f(b)$  donné par les tableaux 2 et 3 et on en déduit le tracé des lignes  $W = \text{constante}$ .

### 3) Tracé des trajectoires.

La figure 18 représente les courbes  $W = \text{constante}$  au niveau de l'arête pour  $\alpha = \pm 2$  en même temps qu'elle redonne en pointillé les courbes  $\frac{V}{V_0} = \text{constante}$ , c'est-à-dire les équipotentiellles de vitesse d'entraînement.

On constate ainsi de nouveau qu'à une certaine distance de l'arête, l'induction n'agit guère puisque la carte des équipotentiellles de vitesse des particules y coïncide pratiquement avec la carte des équipotentiellles de vitesse d'entraînement.

On remarque en outre l'existence de paires d'équipotentiellles  $W$  distinctes de même cote, dont l'une entoure la pointe tandis que l'autre traverse l'entrefer. Ce résultat est général et s'explique qualitativement à l'aide de la figure 19 où :

-1- représente le modèle, la droite (ab) étant une parallèle à l'axe longitudinal

-2- représente la variation du potentiel de vitesse d'entraînement le long de (ab) ; c'est une fonction constamment décroissante dans le cas de la figure avec une variation accélérée au niveau de la pointe.

-3- représente la variation de  $f(V')$  le long de (ab). Le potentiel d'action magnétique présente un pic à hauteur de l'arête qui est d'autant plus élevé qu'on est plus près de celle-ci.

-4- représente  $\varphi + f(V')$  le long de (ab)







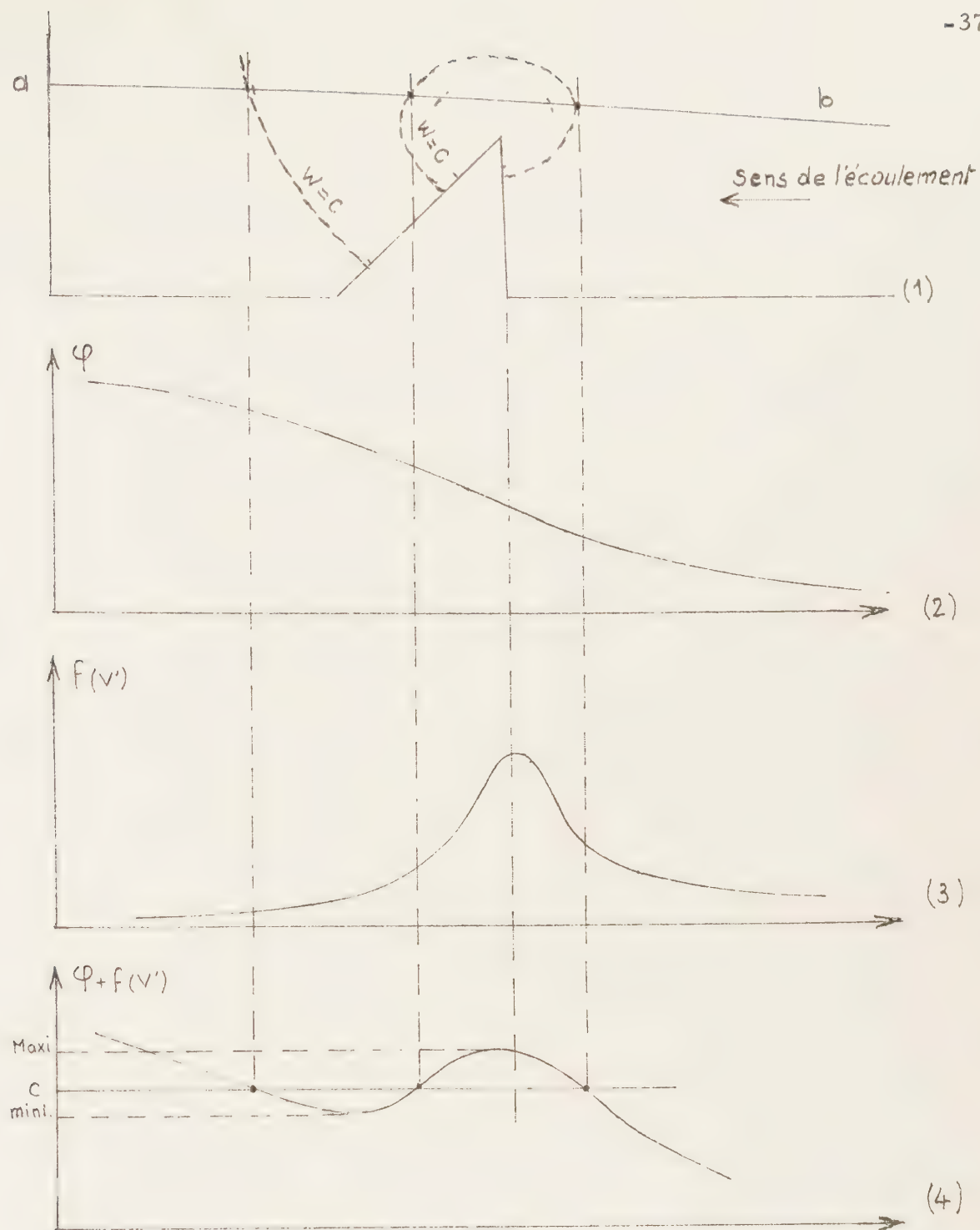


Figure 19.

On voit ainsi qu'au-dessus d'un minimum de cette fonction et au-dessous de son maximum, on trouvera trois points le long de (ab), tels que  $W$  y ait la même cote  $C$ , qui correspondent aux trois points d'intersection de (ab) avec les deux lignes  $W = C$  dont l'une entoure l'arête et l'autre traverse l'entrefer.





FIG. 2a



Si la droite (ab) se déplace transversalement, les trois points dérivent la paire de lignes précédentes.

Les trajectoires des particules (qui forment le réseau orthogonal

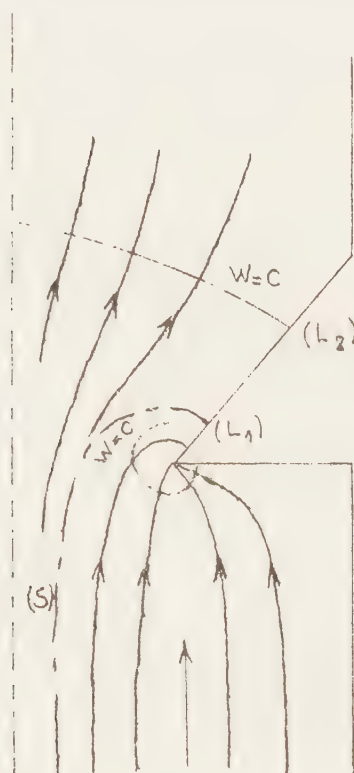


Figure 21.

aux lignes  $W = \text{constante}$ ) sont comme le montre la figure 21, **normales** à l'une ou à l'autre des deux lignes  $(L_1)$  et  $(L_2)$  de chaque paire. Les trajectoires normales à la ligne  $(L_1)$  sont celles des particules qui sont nécessairement captées par la pointe tandis que celles qui sont normales à la ligne  $(L_2)$  correspondent à des particules qui ne sont pas captées.

Ces trajectoires constituent deux groupes distincts qui occupent deux zones limitées par une "trajectoire sépa-

trice" (S) permettant de déterminer la proportion des particules captées donc le rendement du dispositif.

Pour calculer ce rendement, on peut utiliser une méthode analogique.

Remarque : la séparatrice définit la région dans laquelle l'action du champ d'induction l'emporte toujours.



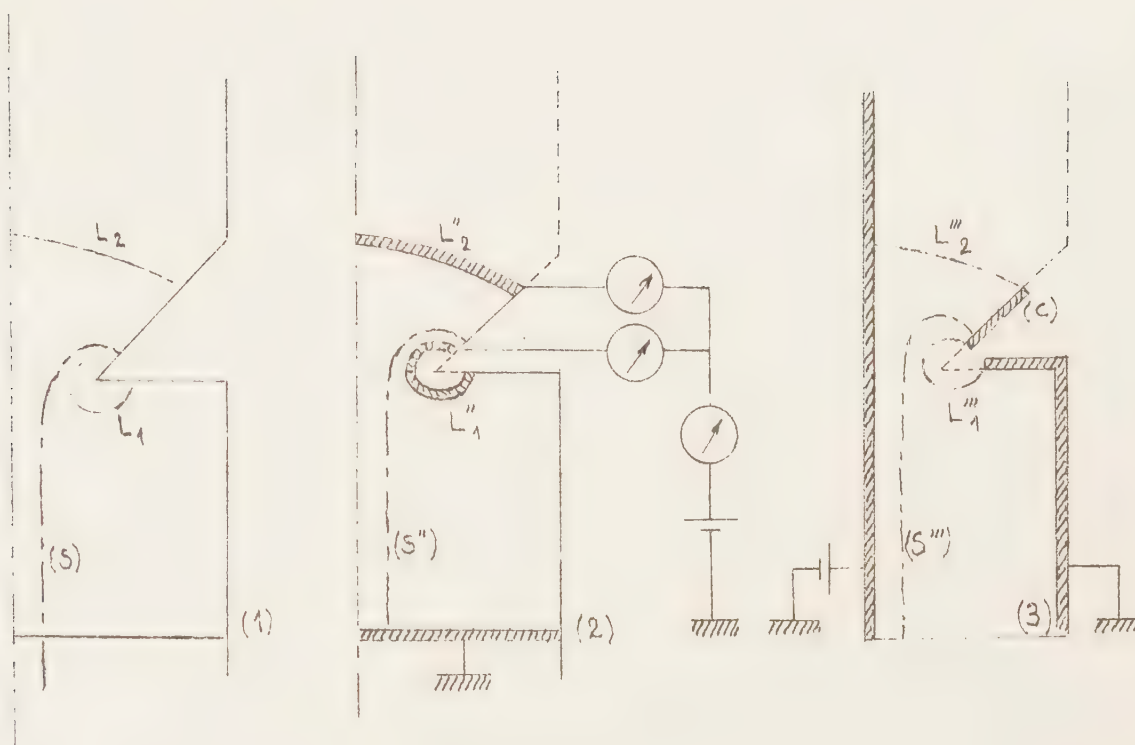


Figure 22.

Dans ce but, représentons dans un milieu conducteur ( $D''$ ) la fonction  $W$  (Fig. 22-1-) par la distribution du potentiel équivalente (Fig. 22-2-) où sont imposées les équipotentiellles ( $L_1''$ ) et ( $L_2''$ ) correspondant à ( $L_1$ ) et ( $L_2$ ). Les lignes de courant de cette distribution correspondent aux trajectoires des particules. La trajectoire séparatrice est alors représentée par la ligne de courant qui sépare la zone du courant captée par ( $L_1''$ ) et ( $L_2''$ ), la proportion relative des particules captées et non captées étant donnée par le rapport des courants débités par ces deux électrodes. Mais cette méthode ne nous donne pas de **renseignement** sur les trajectoires.

Si on utilise la distribution ( $D'''$ ) duale de ( $D''$ ), on est amené à singulariser d'une part la ligne (C) que découpent ( $L_1'''$ ) et ( $L_2'''$ ) sur la pièce polaire et d'autre part (E) extérieur à ( $L_2'''$ ) qui sont toutes les deux des équipotentiellles, ainsi que l'axe  $Ox$  (Fig. 22-3-). L'équipotentielle ( $S'''$ ) qui représente la séparatrice est au même potentiel que (C).



Ce potentiel  $V'''_c$  rapporté à la différence de potentiel  $V'''_o$  entre (Ox) et (E) donne le pourcentage de captation :

$$\eta = \frac{V'''_c}{V'''_o}$$

Les figures 18-2- , 18-4- et 20 représentent les distributions ( $D'''$ ) au voisinage de l'arête pour  $\alpha = \frac{+}{-} 1, \frac{+}{-} 2$  et  $\frac{+}{-} 3$ . La trajectoire séparatrice est représentée en trait mixte et cotée directement en pourcentage de captation.

La détermination précédente suppose que  $\Delta W = 0$ . Cette condition n'est jamais réalisée, en particulier au voisinage immédiat des pointes. Si cependant on prend la précaution d'éviter cette zone en choisissant la ligne ( $L_1$ ) suffisamment loin de l'arête, la méthode est assez valable pour donner des résultats utilisables, d'autant plus qu'elle a l'avantage d'être parlante à l'esprit et rapide, et que par ailleurs toutes les hypothèses déjà faites entraînent des incertitudes notables tandis qu'il est rarement indispensable pour un trieur efficace d'en connaître le rendement avec précision.

#### 4) Résultats.

Nous avons déterminé le pourcentage des particules captées en fonction de la vitesse.

Nous pourrions remarquer que le sens de l'écoulement n'influe que sur la forme des trajectoires et pas sensiblement sur ce pourcentage de captation tout au moins avec le profil étudié.



| $\varphi_{cm/s}$ | %    |
|------------------|------|
| 1                | 90   |
| 2                | 82,7 |
| 3                | 76   |
| -1               | 92,4 |
| -2               | 82,2 |
| -3               | 77,6 |

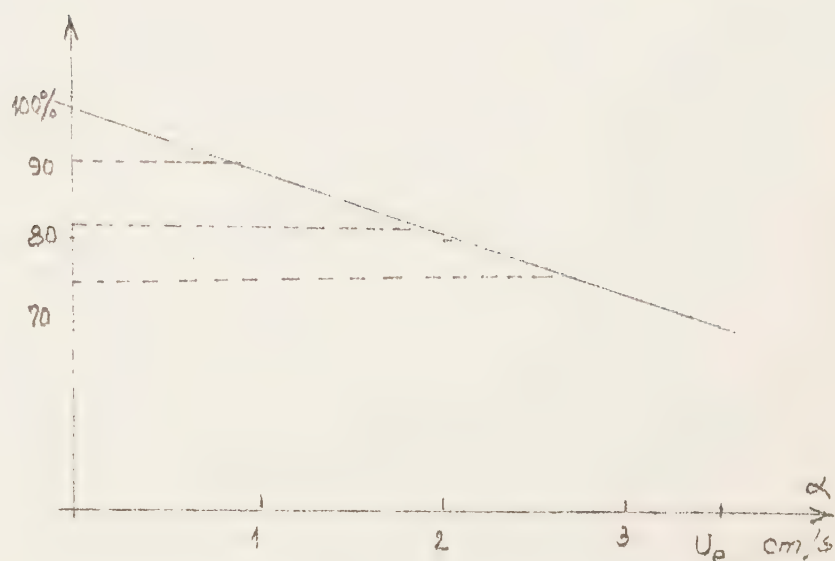


Figure 23

Dans le domaine de vitesses envisagé, le pourcentage de particules captées décroît à peu près linéairement en fonction de la vitesse. Nous trouverons des résultats tout à fait analogues pour les particules paramagnétiques.

Si on considère que l'efficacité du trieur est mesurée par le débit  $q$  des particules captées, proportionnel à  $\eta$  et à  $U'_e$ , la variation de  $q$  en fonction de  $U'_e$  passe par un maximum (en dehors d'ailleurs du domaine étudié) comme il est intuitif physiquement.

oooooooooooo



## CHAPITRE VI

---

### TRACE DES TRAJECTOIRES PAR SOMMATION DIRECTE

#### CAS DES PARTICULES PARAMAGNETIQUES

---

La force magnétique appliquée aux particules est beaucoup plus faible pour les particules paramagnétiques que pour les particules ferromagnétiques dans les mêmes conditions. Il est donc encore plus important d'obtenir l'efficacité maximale et pour cela nous avons étudié un certain nombre de modèles différents. La méthode de tracé des trajectoires exposée dans le précédent chapitre est longue, aussi avons-nous réalisé un dispositif de mesure plus efficace et rapide.

#### 1) Principe de la méthode et du dispositif.

Si le potentiel de vitesse d'entraînement  $\varphi$  reste toujours directement représenté par le potentiel  $V$  du domaine image (D), nous déduisons le potentiel d'action magnétique

$$-\lambda B^2 = - \frac{\lambda B_r^2}{2 \frac{V'_r}{V'_o}} e^{\frac{2V'}{V_o}}$$

du potentiel  $V'$  de l'image (D') non plus point par point comme dans le chapitre précédent, mais grâce à un dispositif électrique qui nous fournit à partir de  $\frac{V'}{V_o}$  directement la fonction  $f(V') = \lambda B^2$  sous forme de

tension électrique  $V_{am}$ . Ce dispositif est un générateur de fonction exponentielle.



Ainsi la fonction potentiel de vitesse des particules  $\varphi - \lambda B^2$  est donnée par  $\varphi = \alpha \frac{\varphi_o}{V_o} V$  et

$$\text{par } -\lambda B^2 = -\frac{V_{am}}{K} \quad \text{où} \quad K = \frac{(V_{am})_r}{\lambda_{B_r}^2} \quad \text{soit}$$

$$-\lambda B^2 = -\frac{\lambda_{B_r}^2}{(V_{am})_r} V_{am}$$

où  $(V_{am})_r$  est la tension électrique représentative du potentiel d'action magnétique pris ici, par exemple, au point de référence où l'induction est  $B_r$ .

Il reste donc à faire la somme

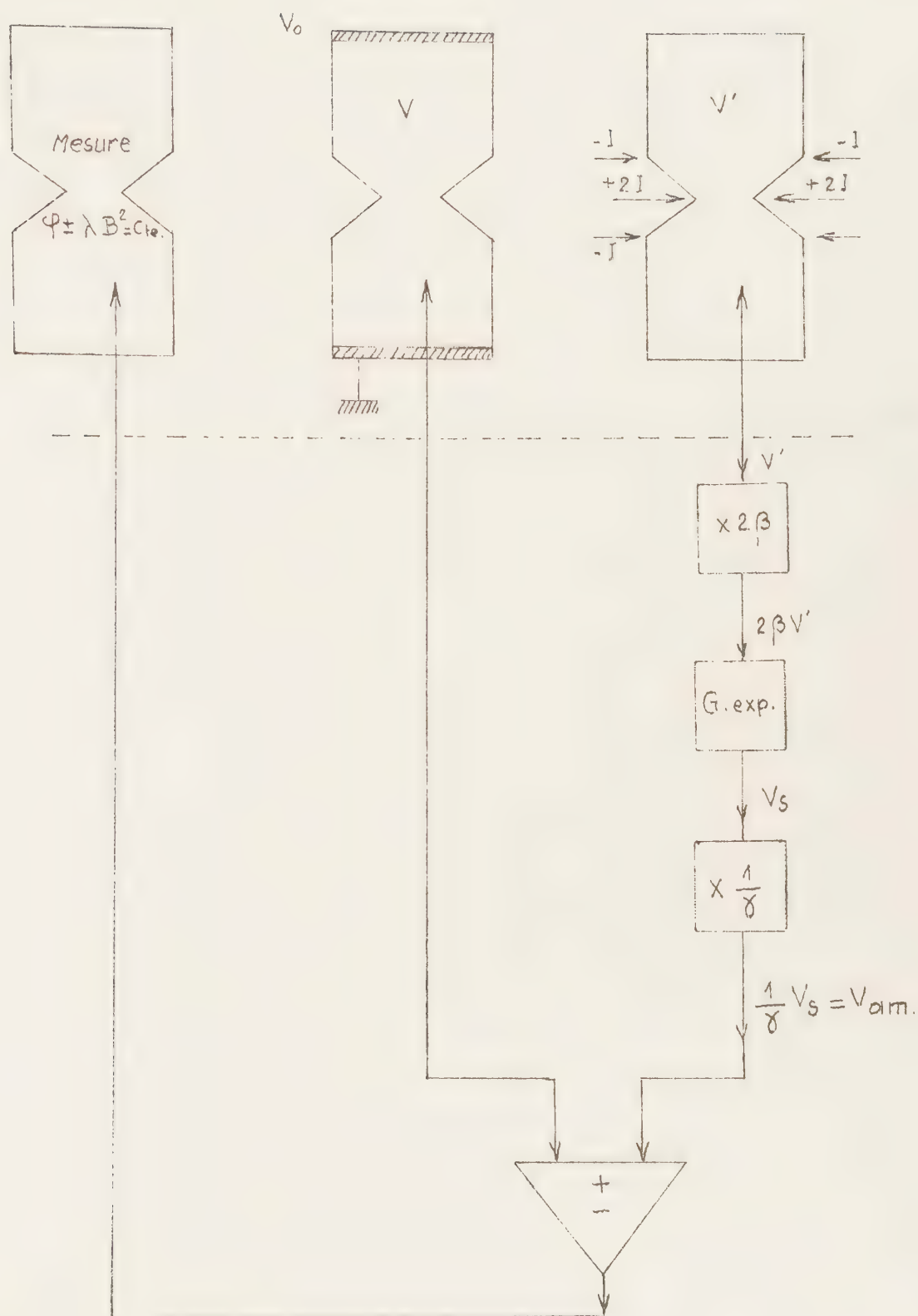
$$W = \varphi - \lambda B^2 = \frac{\alpha \varphi_o}{V_o} V - \frac{\lambda_{B_r}^2}{(V_{am})_r} V_{am} \quad (\text{où, si on désire } \frac{2V'_o}{V'_o})$$

$$\text{explicitier } V_{am} \text{ en fonction de } V', \quad V_{am} = (V_{am})_r \frac{e}{\frac{2V'_r}{V'_o}},$$

ce que nous effectuons grâce à un amplificateur opérationnel à deux entrées pondérables.

Nous aboutissons ainsi au schéma fonctionnel de la figure 23.





$$W = \alpha \frac{\varphi_0}{V_0} V - \frac{\lambda B_r^2}{(V_{am})_r} \cdot V_{am}$$

Figure 24



Les images (D) et (D') sont explorées par un système mobile portant deux sondes qui prélèvent les potentiels  $V$  et  $V'$  en deux points homologues de chaque image.

## 2) Générateur de fonction exponentielle.

### A - Principe.

On cherche à approcher la courbe théorique  $y = \exp(X)$  par une succession de segments de droite (XIV) grâce à des amplifi-

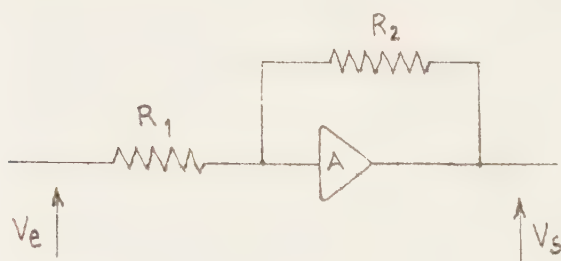


Figure 25.

cateurs opérationnels à courant continu. Pour ceux-ci, d'après la figure ci-contre, si le gain  $A$  est grand, on a

$$V_s = - \frac{R_2}{R_1} V_e$$

Si on fait varier d'une valeur convenable les valeurs des résistances  $R_1$  et  $R_2$  en fonction de  $V_e$ , on peut alors obtenir pour la fonction  $V_s(V_e)$  une exponentielle (ou toute autre fonction croissante : cas des ferromagnétiques). La méthode employée consiste à agir sur les résistances par des anodes polarisées suivant le montage représenté par la figure 25 (XV).

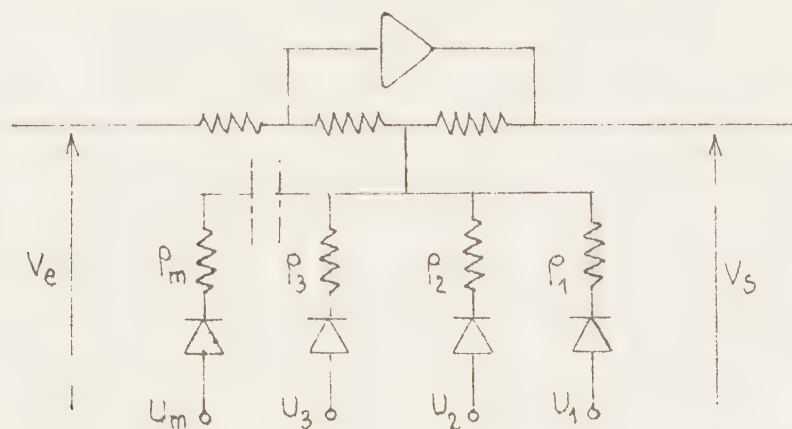


Figure 26.



### B - Caractéristiques et emploi.

Nous avons construit le générateur de fonction tel que

$$\frac{V_s}{v_s} = e^{V_e/v_e}$$

où  $v_s = 10^{-3}$  V et  $v_e = 10^{-1}$  V, ces valeurs étant choisies sous multiples de 10 pour que, à la tension d'entrée  $V_e$ , que nous limitons à 5 volts, corresponde la tension de sortie  $V_s$  limitée à environ 20 volts.

Nous prendrons  $V_e = 2 \beta V'$  avec  $\beta = \frac{v_e}{V'_o}$  de telle sorte qu'il vient

$$V_{am} = \frac{(V_{am})_r}{2V'_r/V'_o} e^{V_e/v_e}$$

Nous aurons alors  $V_s = \gamma V_{am}$ , avec

$$\gamma = \frac{v_s}{\frac{(V_{am})_r}{2V'_r/V'_o}}$$

Ainsi,  $V_{am}$  se déduit de  $V_s$  par la pondération  $\frac{1}{\gamma}$  que l'on effectue à l'aide du sommateur qui réalise  $W = \varphi - \lambda B^2$  (Fig. 23).

### C - Réalisation du traceur.

Un système mobile qui porte deux sondes  $S_V$  et  $S_{V'}$  permet de prélever les potentiels  $V$  et  $V'$  en deux points homologues des images (D) et (D'). Ces deux sondes sont fixées sur un équipage mobile qui effectue les déplacements dans la direction transversale des modèles et roule lui-même sur un autre équipage mobile qui se déplace suivant la direction longitudinale.



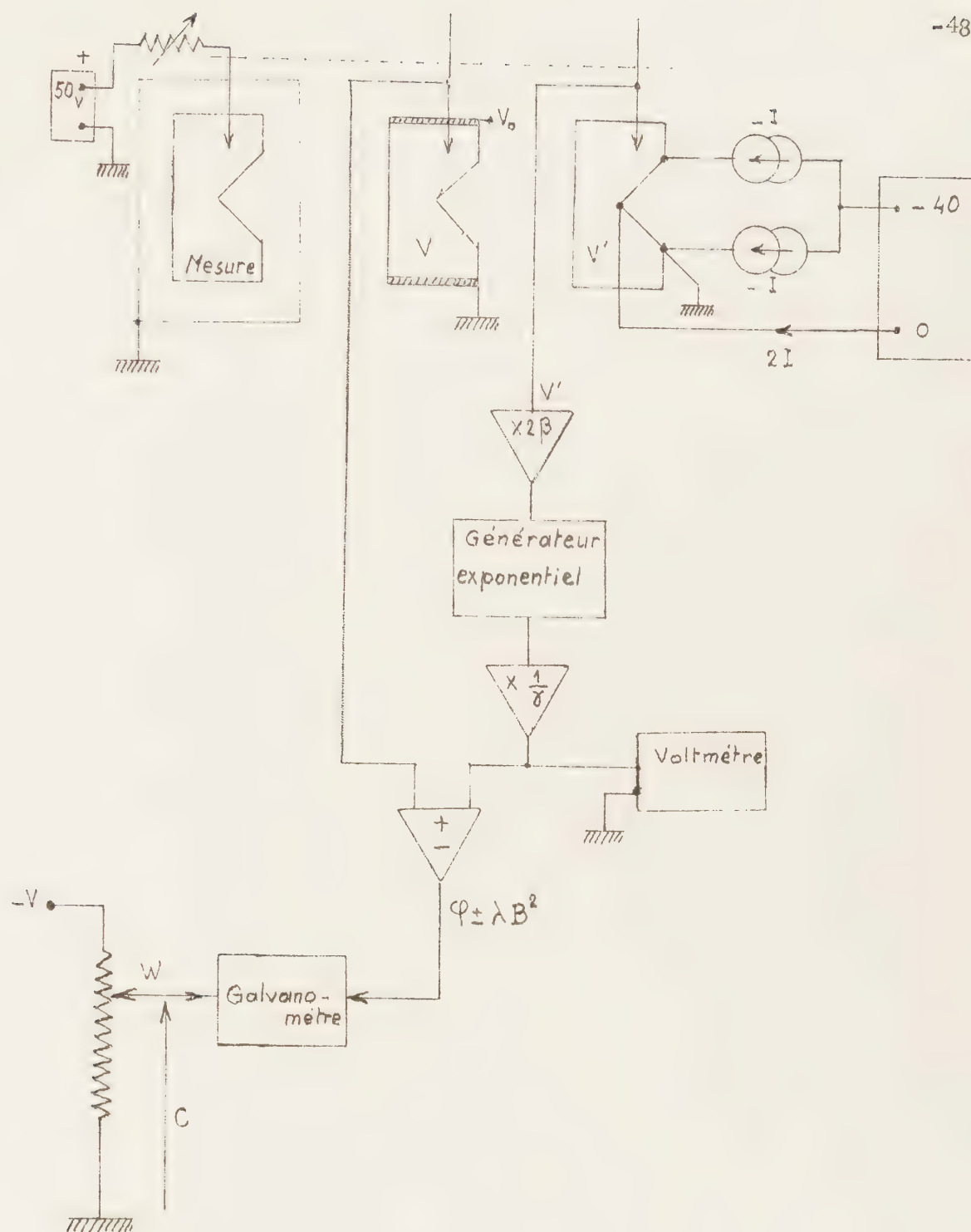


Figure 27.







Une troisième sonde  $S_M$  symétrique par rapport à  $S_V$  marque sur une feuille de mesure, le point homologue correspondant que l'on affecte de la valeur mesurée pour  $W$ .

Si on astreint, par exemple en agissant à la main, l'ensemble du système mobile à suivre la courbe pour laquelle  $W = \text{constante}$ , la sonde  $S_M$  trace sur la feuille de mesure la ligne correspondante. Cette valeur  $W = \text{constante}$  est mesurée par une méthode de zéro par référence à un diviseur potentiométrique.

Le schéma électrique de l'ensemble du montage est représenté sur la figure 26, tandis que la figure 27 donne l'installation du dispositif de mesure et de contrôle.

Les équipotentiels  $\varphi + \lambda B^2 = W$  sont tracées sur papier Teledeltos par le procédé d'enregistrement électrique : la feuille de papier est posée sur une plaque d'aluminium à la masse, la pointe en série avec une résistance qui limite le courant, est alimentée par une tension de 50 volts qui brûle le papier en laissant une trace noire.

#### 4) Résultat des mesures.

Nous avons étudié quatre formes de domaines (Fig. 28) avec diverses vitesses d'écoulement, l'induction étant  $B_r = 0,1 \text{ T}$  aux points de références  $M_r$  précisés dans chaque cas.

Nous avons ainsi déterminé la répartition du potentiel  $W$  de la vitesse des particules, et en particulier nous avons construit dans chaque cas une paire de lignes  $W = C$  dont nous avons démontré l'existence précédemment (page 39) et dont la figure 29 donne un exemple. Nous en avons déduit le rendement du système par la méthode indiquée page 35, les résultats sont consignés sur les tableaux 4, 5, 6 et 7 et reportés sur le graphique de la figure 30.

Remarque : Comme on l'a prévu, pour avoir une efficacité acceptable, il faut se placer dans un domaine de vitesses beaucoup plus réduites que pour les particules ferromagnétiques.

















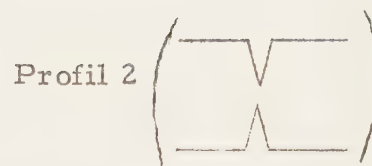
| Vitesse<br>mm/mn | $\eta$ % |
|------------------|----------|
| 1,62             | 95,6     |
| 3,24             | 83,3     |
| 4,86             | 79,2     |
| 6,48             | 71,2     |
| 9,72             | 57,1     |

Tableau 4



| Vitesse<br>mm/mn        | $\eta$ %  |
|-------------------------|-----------|
| 2 <sup>ème</sup> pointe | 1,62 78,3 |
|                         | 3,24 68,6 |
|                         | 4,86 61,2 |
| 1 <sup>ère</sup> pointe | 1,62 21,6 |
|                         | 3,24 27,8 |
|                         | 4,86 30,6 |
| Total                   | 1,62 99,9 |
|                         | 3,24 96,4 |
|                         | 4,86 91,8 |

Tableau 6



| Vitesse<br>mm/mn | $\eta$ % |
|------------------|----------|
| 1,44             | 99,5     |
| 2,16             | 98,6     |
| 2,88             | 96,0     |
| 3,60             | 93,4     |
| 4,32             | 90,3     |
| 5,04             | 86,25    |
| 5,76             | 85,3     |
| 7,2              | 80,9     |
| 10,08            | 71,2     |

Tableau 5

N.B. Le pourcentage capté par la deuxième arête est rapporté aux particules à l'entrée.





| Vitesse<br>mm/mn | 1ère pointe       | 2ème pointe |          | 3ème pointe |          | Total    |
|------------------|-------------------|-------------|----------|-------------|----------|----------|
|                  | $\eta_1 = \eta_2$ | $\eta_1$    | $\eta_2$ | $\eta_1$    | $\eta_2$ | $\eta_T$ |
| 1,06             | 95,5              | 85,2        | 3,8      | 94,9        | 0,66     | 99,96    |
| 2,12             | 91,5              | 71,5        | 6,1      | 91,2        | 2,2      | 99,8     |
| 3,18             | 86,0              | 59,1        | 8,3      | 86,4        | 4,9      | 99,2     |
| 4,24             | 83,5              | 55,1        | 9,1      | 83,1        | 6,1      | 98,7     |
| 5,30             | 77,5              | 48,2        | 10,8     | 78,5        | 9,0      | 97,3     |
| 7,95             | 67,5              | 43,4        | 14,1     | 67,1        | 12,4     | 94       |
| 10,6             | 60,1              | 40,1        | 16,0     | 60,9        | 14,2     | 90,3     |

Tableau 7

$\eta_1$  est le pourcentage de particules captées par une pointe par rapport à toutes les particules laissées par la pointe précédente.

$\eta_2$  est le pourcentage des particules captées par rapport à l'entrée du système

Le pourcentage résultant  $\eta_T$  des particules captées par le profil entier est obtenu en faisant la somme des pourcentages  $\eta_2$  relatifs à chacune des pointes.

Les courbes de la figure 30 montrent que pour certains profils il n'est pas nécessaire que la vitesse d'entraînement soit très faible pour que le rendement soit supérieur à 99 %. Elles montrent en outre que le rendement d'une pointe augmente lorsque son angle au sommet diminue et que celui du dispositif croît avec le nombre de ses pointes.

Grâce à ces résultats, on peut déterminer le nombre d'encoches à mettre en série pour avoir le rendement donné et le nombre de profils à mettre en parallèle pour avoir un débit donné de particules triées.



La même remarque faite dans le cas des particules ferromagnétiques trouve sa place en cet endroit : si nous cherchons à trier le maximum de particules par unité de temps, il devient nécessaire de construire la courbe :

rendement  $\times$  vitesse d'écoulement en fonction de cette vitesse d'écoulement.



## CONCLUSION.

Nous avons défini les trajectoires de particules magnétiques soumises au potentiel  $\varphi$  d'une vitesse d'entraînement et au champ d'induction  $\vec{B}$  comme les lignes de champ du potentiel

$$W = \varphi - \lambda_1 B^2 + \lambda_2 B^3 \quad (\lambda_2 = 0 \text{ pour les particules paramagnétiques}).$$

Pour déterminer les trajectoires analogiquement, nous avons représenté par un potentiel électrique respectivement le potentiel  $\varphi$  et le potentiel d'action magnétique  $-\lambda_1 B^2 + \lambda_2 B^3$ . S'il n'y a aucune difficulté pour le premier, il a fallu pour le deuxième introduire un potentiel logarithmique pour fournir la représentation de  $B^2$  et  $B^3$ , les conditions aux limites étant traduites par des injections de courant convenables dans le domaine analogique. La transformation exponentielle imposée par l'usage du potentiel logarithmique a été effectuée par le calcul point par point ou par un générateur de fonction exponentielle dont le signal de sortie ajouté à celui relatif au potentiel de vitesse d'écoulement a permis de tracer les lignes  $W = \text{constante}$ .

Pour un certain domaine de  $W$ , les lignes  $W = \text{constante}$  sont au nombre de deux pour une valeur donnée de  $W$ , dont l'une entoure la région à gradient élevé de  $B$ . Dans ces conditions, les trajectoires des particules, orthogonales à ces lignes, sont de deux sortes, les unes aboutissant sur les parois latérales de l'entrefer dans lequel restent les autres.

Le pourcentage des trajectoires de la première sorte qui définit le rendement du système de triage a été mesuré analogiquement de manière suggestive et simple.



Pour les substances ferromagnétiques, avec des valeurs raisonnables du champ, le rendement atteint pour une zone à gradient élevé une valeur de 90 % pour des vitesses de l'ordre du cm/s.

Pour les substances paramagnétiques par contre, un résultat analogue n'est obtenu que pour des vitesses environ cent fois plus faibles.

Pour garder un débit acceptable dans ce cas, on augmentera la vitesse en disposant en cascade plusieurs régions à gradient élevé.

o • o • o • o •



## BIBLIOGRAPHIE.

- (I) : A. FRÜHLING, Cours d'Electricité, Faculté des Sciences de Nancy, 1964.
- (II) : E. BRUN, R. CARRON et M. VASSEUR, Groupement Recherche Aéronautique - Rapport technique n° 15.
- (III) : Nouveau traité de Chimie minérale : Masson et Cie Edit., Tome XVIII, p.161.
- (IV) : Handbook of Chemistry and Physics, 45° édition, 1964-65.
- (V) : M. AUBRUN, C.R. Ac. Sc., 1963, p.3612-13.
- (VI) : E. DARMOIS, Leçons sur la conductibilité des électrolytes
- (VII) : E. DUBOIS, Electromagnétisme II
- (VIII) : C. DANIS, Physics, mars 1935, p.96-99
- (IX) : WELO et BAUDISH, Ann. J. Sc., 1934, n° 28, p.139.
- (X) : R. COMOLET, Cours de Mécanique des Fluides, E. N. S. E. M. Nancy
- (XI) : G. RENARD, Thèse de Docteur-Ingénieur, Paris (20/6/58)
- (XII) : E. DURAND, Electrostatique et Magnétostatique, Masson et Cie Edit., Paris 1953, p.85
- (XIII) : SESCO, Schématèque
- (XIV) : DANLOUX-DUMESNIL, Le calcul analogique par courants continus,
- (XV) : M. AUBRUN et J. M. -KAUFFMANN, Générateurs de fonction exponentielle , en cours de publication.
- (XVI) : S. E. A. , Schéma d'Amplificateurs opérationnels'

●○○○○○○○○○○



Vu et approuvé

Nancy, le 8 Juin 1965

Le Doyen de la Faculté  
des Sciences de Nancy

signé : J. AUBRY

VU et Permis d'imprimer

Nancy, le 9 Juin 1965

Le Recteur,  
Président du Conseil  
de l'Université,

signé : P. IMBS





